

基于节点崩溃概率的相依网络失效动力学研究

杨丽新, 李梦娇, 党元辰, 李嘉

(陕西科技大学 数学与数据科学学院, 西安 710021)

摘要: 基于非线性负载容量关系, 考虑过载节点的失效概率, 建立了更符合实际的相依网络级联失效动力学模型. 针对具有不同拓扑结构的 2 类相依网络, 通过蓄意攻击负载最大的节点, 研究了在不同相依关系和耦合方式下整体网络的失效动力学性能. 结果表明: 根据保护资源成本, 在一定程度上调整过载参数可以提高相依网络的抗毁能力. 在相同的耦合方式下, 多对多相依网络的鲁棒性优于一对一相依网络. 当容量指数参数较小时, 2 类相依网络在同配耦合下的鲁棒性优于在异配耦合下, 并且随着容量指数参数逐渐增大, 同配耦合和异配耦合下 2 类相依网络的鲁棒性逐渐趋于一致.

关键词: 级联失效; 相依网络; 鲁棒性; 崩溃概率

中图分类号: O157.5

文献标志码: A

文章编号: 1000-2367(2025)04-0074-09

现实生活中的很多系统都可以用网络来描述, 比如电力系统^[1-2], 交通系统^[3-4], 病毒传播系统^[5], 物流系统^[6]等, 这些系统大多不是单一存在的, 通常以某种方式和其他系统进行联系, 耦合成相依网络. 例如电网和信息网: 电网给信息网中的系统供应电力以维持其正常工作, 信息网中的系统同时采集电网数据; 还有综合立体交通网络, 将机场, 高铁站作为节点, 航班, 车次看作连边, 航空-高铁立体交通网络也是相互依存的. 不同系统之间复杂的耦合方式导致级联故障频频发生^[7-9], 以 2010 年 BULDYREV 等^[10]的工作为标志, 相依网络的级联失效行为日益成为学者们的研究重点.

目前为止, 相依网络的级联故障研究集中于网络建模、攻击策略^[11]、网络间的耦合方式^[12-13]、以及对级联失效的预防和控制^[14-15]. 发生级联故障时, 通常会涉及负载的流动, 在拥堵的交通网络中乘客分流, 电力网络中电力负荷的输送等, 文献^[16]对已有的 ML 线性负载容量模型进行改进, 发现容量较小的节点反而有比例较大的剩余容量, 提出了非线性负载容量模型. 王建伟等^[17]最初考虑到超负荷边不会立即从网络中移除, 提出了崩溃概率的机制, 并在单层网络上构建了线性负载容量模型. CHEN 等^[18]考虑过载边缘, 建立级联失效非线性模型来描述加权单层网络中边的冗余容量. 文献^[19]引入节点过载机制, 采用负载局部再分配原则研究不同攻击方式、耦合模式下相依网络的鲁棒性. 余荣斌等^[20]提出了一种考虑相依边负载的级联失效模型, 发现攻击相依边对网络鲁棒性的影响大于攻击相连边.

然而在实际系统中, 大多数关键节点都会被设置一定的保护和监控措施, 所有的过载节点不会全部失效, 可能会按照一定概率正常工作. 如今大多数研究是在单层网络的基础上考虑网络的保护措施, 以优化网络的鲁棒性能, 没有考虑系统之间的联系, 因此, 在已有的工作基础上, 将针对双层网络, 构建考虑过载节点的崩溃概率的级联失效动力学模型. 由于网络间有不同的相依方式, 主要包括一对一和多对多方式, 同时在不

收稿日期: 2024-03-24; **修回日期:** 2024-04-19.

基金项目: 国家自然科学基金(11702195).

作者简介(通信作者): 杨丽新(1980-), 女, 陕西科技大学副教授, 博士, 研究方向为复杂网络理论及其应用, E-mail: yanglixin@sust.edu.cn.

引用本文: 杨丽新, 李梦娇, 党元辰, 等. 基于节点崩溃概率的相依网络失效动力学研究[J]. 河南师范大学学报(自然科学版), 2025, 53(4): 74-82. (Yang Lixin, Li Mengjiao, Dang Yuanchen, et al. Cascading failure on interdependent networks based on nodes' collapse probability[J]. Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition), 2025, 53(4): 74-82. DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2024.03.24.0001.)

同的相依方式下有同配耦合和异配耦合 2 种情形,研究在不同耦合方式下蓄意攻击一对一相依网络和多对多相依网络鲁棒性的变化情况.

1 模型建立

假设双层相依网络是由子网络和子网络构成,网络间的相依关系用边来表示,称为相依边,2 个具有相依边互称为相依节点.每个子网络都具有特定的拓扑结构,网络内部的边称为相连边.构建基于度同配耦合 (assortative coupling)和度异配耦合 (disassortative coupling)下的一对一相依网络和多对多相依网络模型(图 1).

一对一相依网络:子网络 A 中的节点与子网络 B 中的节点一一对应相连,同配耦合就是将 2 个子网络中节点的度都进行降序排列,按照顺序分别选择每个子网络中的节点构建相依边.度异配耦合就是对子网络 A 中节点的度降序排列,对子网络 B 中节点的度升序排列,按照顺序分别选择每个子网络中的节点构建相依边.

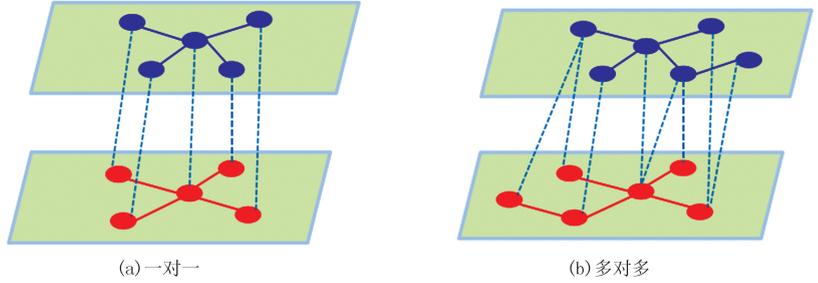


图1 网络拓扑结构图

Fig.1 Topological structures of networks

多对多相依网络:将子网络 A 和 B 中的节点平均分为 M 组(若节点数不能被平均分配,则将最后的余数单独分为一组),取子网络 A 中的一组节点与子网络 B 中的一组节点进行全相连,直至所有组连接完毕.同配耦合就是子网络 A 和 B 中节点都按照度降序排列,再对其进行分组连接.异配耦合则将子网络 A 中的节点按照度降序排列,子网络 B 中的节点按照度升序排列,再分别对其进行分组连接.

基于非线性负载容量关系,建立相依网络的级联失效模型,定义节点的初始负载 $L_i(0) = (k_i \sum_{j \in \Gamma_i} k_j)^\delta$,其中, Γ_i 表示层内与节点 i 相连的节点集合, δ 控制负载大小,是可调参数,节点权重用节点的初始负载表示.定义节点容量 $C_i = L_i(0) + \beta L_i(0)^\theta$,其中, β 和 θ 是控制节点容量的可调参数,下文称 θ 为容量指数参数,当 $\theta = 1$ 时,容量与负载成线性关系.

当子网络 A 中的节点 i 被移除时,对于子网络 A,将断开所有的相连边,失效节点 i 的负载将依据网络内

$$\text{与其相连节点的权重比例进行分配,即 } \pi_j = \frac{L_j}{\sum_{n \in \Gamma_i} L_n} = \frac{(k_j \sum_{m \in \Gamma_j} k_m)^\delta}{\sum_{n \in \Gamma_i} ((k_n \sum_{u \in \Gamma_n} k_u)^\delta)}$$

子网络 A 中邻居节点 j 接收的额外负载 $\Delta L_j^A = L_i^A \pi_j^A$,于是节点 j 所承受的负载变为 $L_j^A(t) = L_j^A(0) + \Delta L_j^A$.对于子网络 B,将断开与子网络 A 中节点 i 相依的所有边,层间不进行负载传递.当子网络中的一个节点失去了所有的相依边,这一节点就失去了与另一网络的所有关联,就视此节点失效.

在实际网络中,为预防级联失效现象发生,大多数节点会设置有一定的保护措施,不是所有的过载节点都将失效,每个节点都有抵御过载的能力.为了合理地分配网络的保护资源,将节点的过载能力与节点的度相联系,度大的节点抵御过载的能力与度小的节点不同.使用节点的失效概率来描述过载节点的移除机制,定义节点 i 的失效概率

$$P = \begin{cases} 0, & L_i(t) \leq C_i, \\ \frac{L_i - C_i}{(1 - ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i - C_i}, & C_i < L_i(t) \leq (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i, \\ 1, & (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i < L_i(t), \end{cases}$$

其中, $1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle$ 为节点的过载能力, 用来调节过载节点从网络中移除的弹性, 称 a ($0 < a < 1$) 和 b 为过载参数. 当 $L_i(t) \leq C_i$ 时, 节点 i 承受的负载小于其容量, 节点正常运行, 当 $L_i(t) > (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i$ 时, 节点 i 直接失效. 对于 $C_i < L_i(t) \leq (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i$ 的情况, 生成一个随机数 R 位于 0 和 1 之间, 当 $R > P_i$ 时, 节点 i 过载但没有失效, 当 $R \leq P_i$ 时, 节点 i 失效. 为了保证过载节点的正常运行, 节点的过载部分将会继续根据它的邻居节点的权重比例再次进行分配, 即 $\Delta L_m = (L_i(t) - C_i) \pi_m$.

因此相依网络中一个节点的失效分为以下情况: 1) 节点自身被移除直接失效; 2) 节点失去了所有的相依节点而失效; 3) 当 $L_i(t) > (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i$ 时, 节点 i 失效, 或者当 $C_i < L_i(t) \leq (1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle) C_i$ 且 $R \leq P_i$ 时, 节点 i 失效.

采用失效节点的归一化指标

$$S = \sum_{i \in f} F_i / (N_f (N - 1))$$

测度相依网络的鲁棒性, 其中, f 和 N_f 表示攻击节点的集合和数量, F_i 表示破坏节点 i 所导致的失效节点数, N 表示相依网络的节点总数. 当 S 为 1 时, 网络中的所有节点全部失效. 当 S 趋近于 0 时, 网络的失效节点越小, 网络变得更加健壮. 为了使得网络成本更加合理化, 引入度量指标 β_c , 当 $\beta \geq \beta_c$ 时, 失效节点数为 0, 网络将正常运行, 当 $\beta < \beta_c$ 时, 网络中将会产生级联故障.

2 网络成本及其理论分析

定义节点容量成本为: $X_i = C_i / L_i = 1 + \beta L_i^{\theta-1}$, 子网络的平均容量资源成本为 $B_{Ac} = \sum_{i \in A} X_i / N_A$, 于是可以得到相依网络平均容量资源成本

$$B_c = (\sum_{i \in A} X_i / N_A + \sum_{j \in B} X_j / N_B) / 2 = 1 + \beta (\sum_{i \in A} L_i^{\theta-1} + \sum_{j \in B} L_j^{\theta-1}) / 2N.$$

当节点过载时, 给每一个节点分配一定的保护资源, 定义每个节点的保护资源成本 $Y_i = 1 + ak_i^b / \langle k^b \rangle$, 显然, 相依网络平均保护资源成本

$$B_p = (\sum_{i \in A} Y_i / N_A + \sum_{j \in B} Y_j / N_B) / 2 = 1 + a.$$

根据上述模型结构, 当子网络中的节点都有相依节点时, 且相依节点未失效的前提下, 为了避免级联失效进一步扩散, 可以分为以下 2 种情况:

情况(A) 当 $L_j(0) + \Delta L_j \leq C_j$ 时, 级联失效停止.

情况(B) 当 $C_j < L_j(0) + \Delta L_j \leq (1 + ak_j^b / \langle k^b \rangle) C_j$ 且 R 大于 P_j 时, 节点过载, 但不会导致进一步的级联失效.

对于情况(A), $L_j(0) + \Delta L_j \leq C_j$, 代入节点负载和容量的定义有 $L_j + L_i \frac{L_j}{\sum_{n \in \Gamma_i} L_n} \leq L_j + \beta L_j^\theta$. 于是

$$1 + \frac{(k_i \sum_{v \in \Gamma_i} k_v)^\delta}{\sum_{n \in \Gamma_i} ((k_n \sum_{u \in \Gamma_n} k_u)^\delta)} \leq 1 + \beta (k_j \sum_{m \in \Gamma_j} k_m)^\delta (\theta-1).$$

由于 $\sum_{v \in \Gamma_i} (k_v) = \sum_{k=k_{\min}}^{k=k_{\max}} k_i P(k | k_i) k$, 其中, $P(k | k_i) = k P(k) / \langle k \rangle$. 于是 $\sum_{v \in \Gamma_i} (k_v) = k_i \langle k^2 \rangle / \langle k \rangle$. 整理得 $1 +$

$$\frac{k_i^{2\delta-1} \langle k \rangle}{\langle k \rangle^{2\delta+1}} \leq 1 + \beta k_j^{2\delta(\theta-1)} \frac{\langle k^2 \rangle^{\delta(\theta-1)}}{\langle k \rangle^{\delta(\theta-1)}} = X_j, \text{ 从而}$$

$$1 + \frac{\langle k \rangle^{2\delta}}{\langle k \rangle^{2\delta+1}} \leq 1 + \beta \langle k \rangle^{\delta(\theta-1)} \langle k^2 \rangle^{\delta(\theta-1)} = B_{Ac}.$$

若模型为线性, 则 $1 + \frac{\langle k \rangle^{2\delta}}{\langle k \rangle^{2\delta+1}} \leq 1 + \beta = B_{Ac}$.

对于情况(B), $C_j < L_j(0) + \Delta L_j \leq (1 + ak_j^b / \langle k^b \rangle) C_j$ 且 $R > P_j$ 时, $B_{Ac} = 1 + \beta \langle k \rangle^{\delta(\theta-1)} < 1 + \frac{\langle k \rangle^{2\delta}}{\langle k^{2\delta+1} \rangle} \leq (1 + a) B_{Ac}$.

若模型为线性, 则 $B_{Ac} = 1 + \beta < 1 + \frac{\langle k \rangle^{2\delta}}{\langle k^{2\delta+1} \rangle} \leq (1 + a) B_{Ac}$.

当过载节点的过载部分按照权重被分配给其邻居节点时, 若 $\Delta L_m + L_m \leq C_i$, 则级联故障结束, 或者 $C_m < L_m(t) + \Delta L_m \leq (1 + ak_m^b / \langle k^b \rangle) C_m$ 且 R 大于 P_m 时, 级联故障结束.

3 数值模拟

本节主要讨论当层间耦合方式不同时, 攻击网络中负载较大的前 10 个节点时, 网络抗毁能力的变化情况. AC 表示同配耦合, DC 表示异配耦合. 为了避免偶然因素, 每个结果都是 10 次模拟的平均值.

3.1 BA-BA 相依网络数值模拟

BA 无标度相依网络中的子网络分别由 500 个节点生成, 节点平均度都为 4, 对于多对多相依网络, 将每个子网络分为 125 组.

过载参数 a 和 b 控制节点的过载能力, a 越大, 节点更能抵御失效. 图 2 模拟了 BA-BA 相依网络在改变过载参数 a 时的级联过程, 设置 $\delta=0.5, \theta=1.2, b=1$. 可以看出, 随着过载参数 a 的增加, 网络所需成本减小, 一对一相依网络在异配耦合下抵御级联失效需要的成本小, 表现得更鲁棒, 而多对多相依网络在 2 种耦合方式下的鲁棒性差异不大. 在相同的耦合方式下, 多对多相依网络比一对一相依网络更能抵御级联失效, 这是由于一对一相依网络中一个节点的失效直接引发与其相依的节点失效, 而多对多相依网络中每个节点有多个相依节点, 一个节点失效难以导致其相依节点失效.

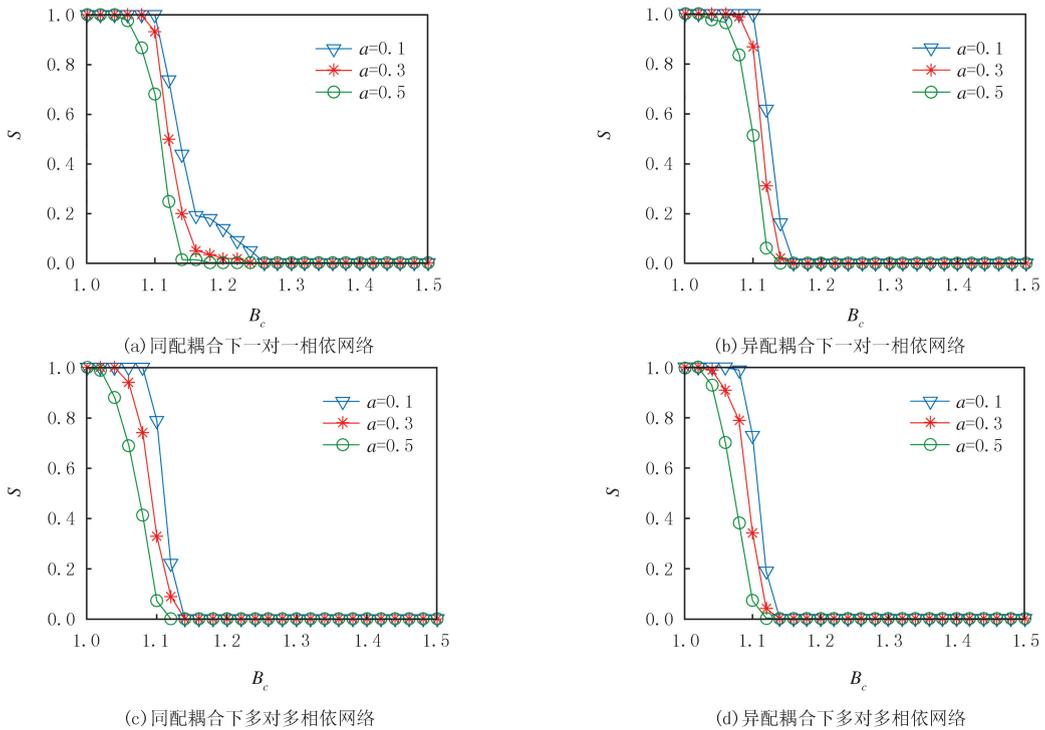


图2 BA-BA相依网络在不同参数a下的鲁棒性

Fig.2 Robustness of the BA-BA network under the different parameter a

其次, 设置 $a=0.2, \delta=0.5, \theta=1.2$, 在图 3 中仿真了参数 B_c 和 b 对 BA-BA 相依网络鲁棒性的影响, 结果显示随着平均容量成本的增大, 失效节点越少, 网络的抗毁能力越强. 在相同的容量成本下, b 的取值使得网络鲁棒性指标 S 产生较小的波动, 对网络鲁棒性而言暂无规律可言, 因此在后续仿真中, 统一设置过载参

数 b 的值为 1. 对比图 3(a-b), 当 $B_c \in [1.10, 1.16]$ 时, 在相同参数下, 异配耦合的失效节点数较少, 一对一相依网络的鲁棒性较强. 从图 3(c-d) 中的多对多相依网络中, 可以看到耦合方式对网络的抗毁能力影响不大, 级联失效现象都发生在区间 $B_c \in [1.00, 1.16]$ 上. 在图 3, 当 $B_c > 1.16$ 时, 级联失效现象结束.

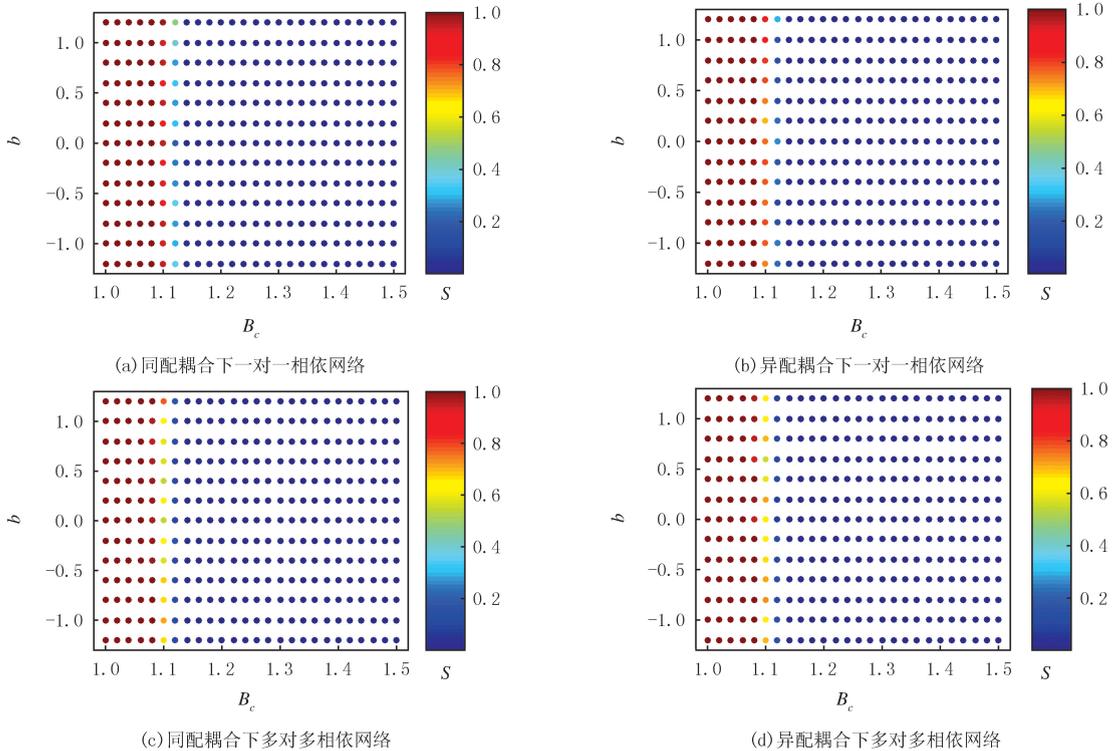


图3 BA-BA网络的鲁棒性随参数 B_c 和 b 的变化情况

Fig. 3 Variation of BA-BA network robustness with parameters B_c and b

θ 控制节点容量, θ 越大, 节点的容量会呈指数上升. 接下来分析非线性容量指数参数 θ 对相依网络健壮性产生的影响, 设置 $\alpha = 0.2, \delta = 0.5, b = 1$, 取为 θ 不同值时, 讨论鲁棒性指标 S 随容量参数 β 的变化情况, 如图 4 所示.

从图 4 中可以观察到, 随着 θ 的增加, 避免网络失效的关键阈值 β_c 变得越小, 网络抵御级联失效的抗毁性越强. 在图 4(a) 和 (b) 中, 当 θ 取 0.7 和 0.9 时, 一对一相依网络在同配相依时的鲁棒性优于网络异配相依时. 当 θ 取 1.3 和 1.5 时, 一对一相依网络在异配相依时的鲁棒性优于网络同配相依时. 观察图 4(c) 和 (d) 中的多对多相依网络, 当 θ 取 0.7 时, 多对多相依网络在同配相依时更加鲁棒, 当 θ 取 0.9, 1.1, 1.3 和 1.5 时, 在 2 种耦合方式下多对多相依网络的鲁棒性差异不大.

根据以上分析, 发现鲁棒性最优的耦合方式是根据 θ 的取值决定的, 于是在图 5 中对不同耦合方式下网络的关键阈值 β_c 随 θ 的变化情况进行仿真. 在图 5(a) 一对一相依网络中, 当 $1.1 < \theta < 1.5$ 时, BA-BA 网络在异配耦合下的鲁棒性更好, 当 $\theta \geq 1.5$, 2 种耦合方式下网络的鲁棒性一致.

在图 5(b) 多对多相依网络中, 当 $\theta < 1$ 时, 同配相依方式下, BA-BA 网络的鲁棒性较好, 当 $\theta \geq 1$, BA-BA 网络在 2 种耦合方式下的鲁棒性一致.

3.2 电力-信息网络数值模拟

构建 IEEE118 网络与信息网络耦合而成的相依网络, 假设信息网络是由 BA 无标度网络构成的, 节点数与 IEEE118 网络一致, 信息网的平均度 $\langle k \rangle = 3.8$. 一对一相依网络的构建方式与上文一致, 对于多对多相依网络, 将节点分为 30 组.

图 6 对电力-信息网络在不同过载参数下的鲁棒性进行仿真, 取参数 $\delta = 0.5, \theta = 1.2, b = 1$. 在图 6(a-b) 中, 随着过载参数 a 的增加, 系统变得更加鲁棒, 一对一相依网络在异配耦合时抵御级联失效的能力更强, 而在图 6(c-d) 多对多电力-信息网络中, 不同耦合方式对其鲁棒性的影响不大.

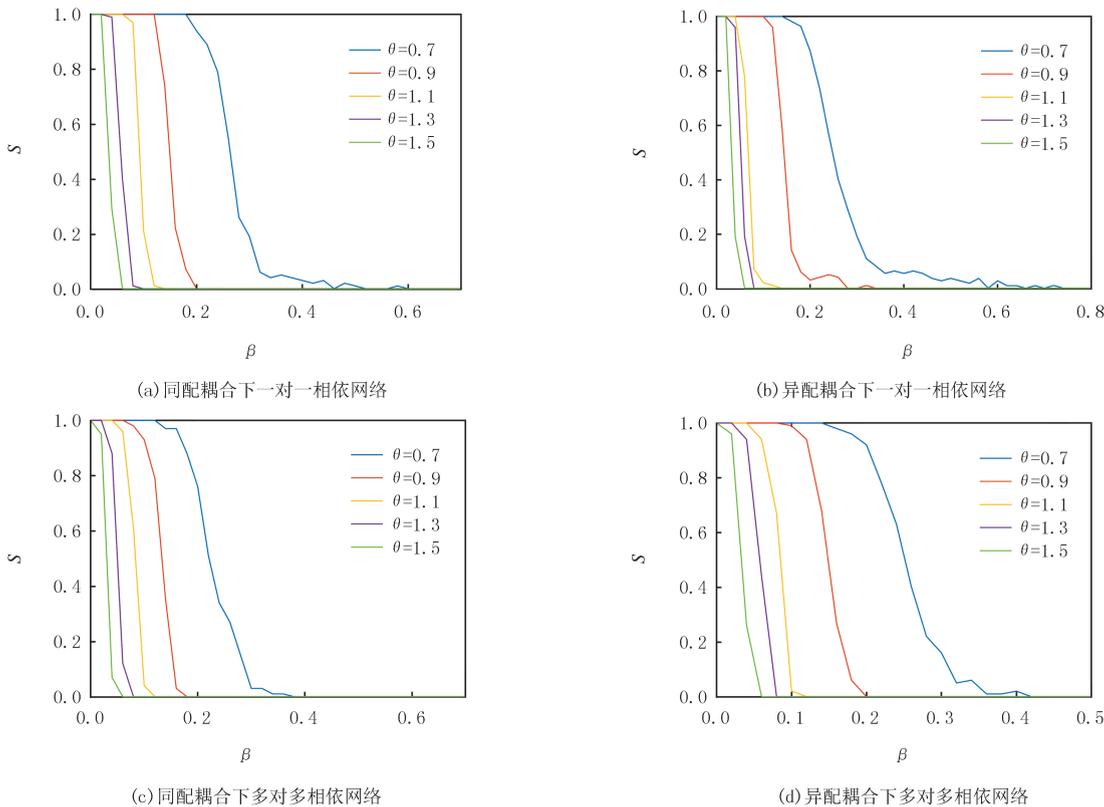


图4 BA-BA相依网络在不同容量参数 θ 下的鲁棒性

Fig. 4 Robustness of the BA-BA network under the different capacity parameter θ

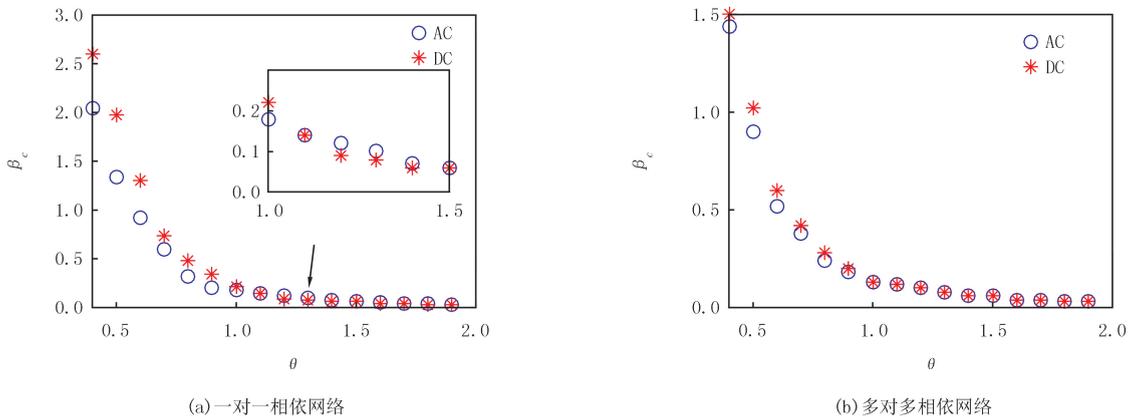


图5 BA-BA相依网络的关键阈值 β_c 随 θ 的变化情况

Fig. 5 Variation of the critical threshold β_c of BA-BA interdependence network with θ

在不同的网络平均容量资源成本 B_c 下,对电力信息网络鲁棒性随过载参数的变化情况进行数值模拟,如图 7 所示,取参数 $a=0.2, \delta=0.5, \theta=1.2$.在图 7(a)中当 $B_c=1.36$ 时,同配耦合下网络的级联故障现象全部结束,在图 7(b)中,当 $B_c=1.3$ 时,异配耦合下网络的级联故障现象全部结束,显然,异配耦合下,电力信息一对一相依网络有较强的鲁棒性.对于多对多相依网络,网络的级联失效现象在 $B_c=1.36$ 时同时结束,网络的抗毁能力基本相同.

附录图 S1 对比了电力-信息网络在不同容量指数参数 θ 下的鲁棒性.当 θ 为 0.7 时,一对一相依网络和多对多相依网络在同配耦合方式下的鲁棒性优于异配耦合,当 θ 取 0.9 至 1.5 时,异配耦合下一对一相依网络鲁棒性较好,多对多相依网络在 2 种耦合方式下的鲁棒性几乎一致.

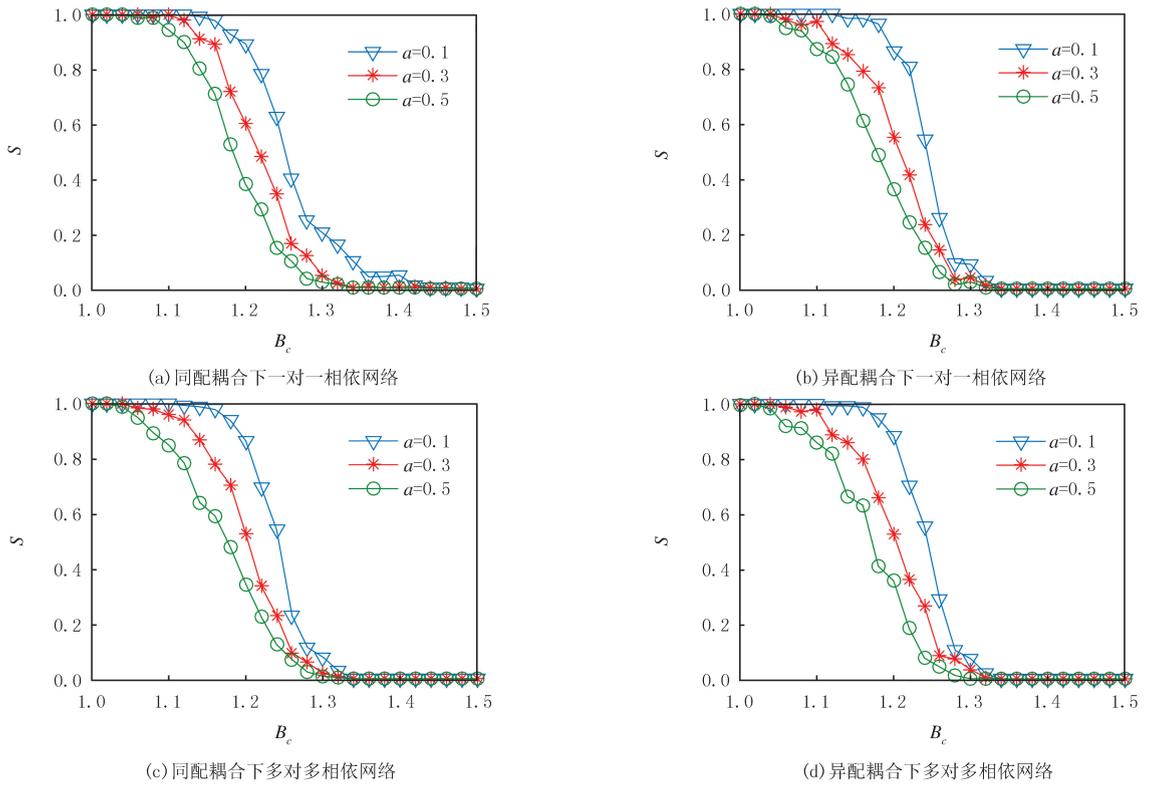


图6 电力信息网络在不同过载参数 a 下的鲁棒性

Fig.6 Robustness of the power-information network under different overload parameter a

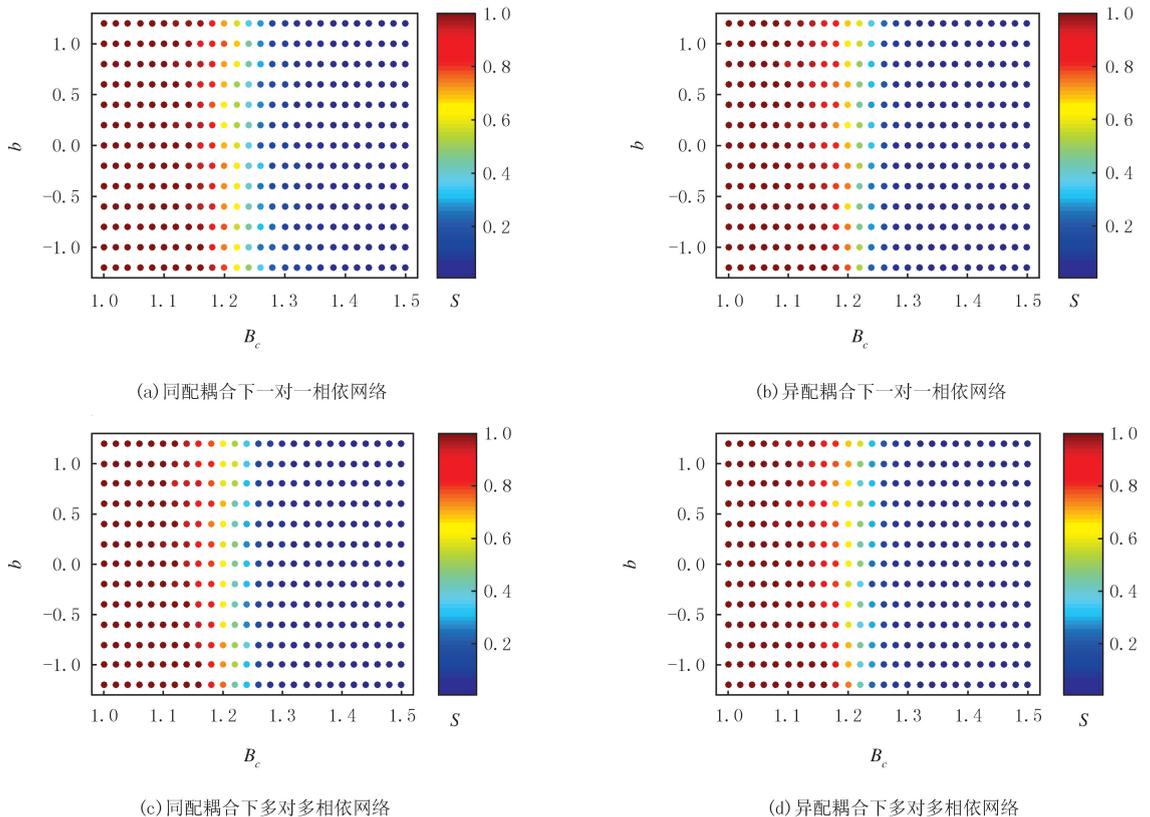


图7 电力信息网络鲁棒性随参数 B_c 和 b 的变化情况

Fig.7 Variation of the power-information network robustness with parameters B_c and b

在图 8(a)中,当 $\theta \leq 0.7$ 时,电力-信息一对一相依网络在同配耦合下有较强的抗毁能力,当 $0.7 < \theta < 1.5$ 时,电力-信息一对一相依网络在异配耦合下有较强的抗毁能力,随着 θ 的继续增加,2 种耦合方式下网络鲁棒性变得一致.在图 8(b)中,当 $\theta \geq 1$ 时,耦合方式对网络的鲁棒性几乎没有影响.

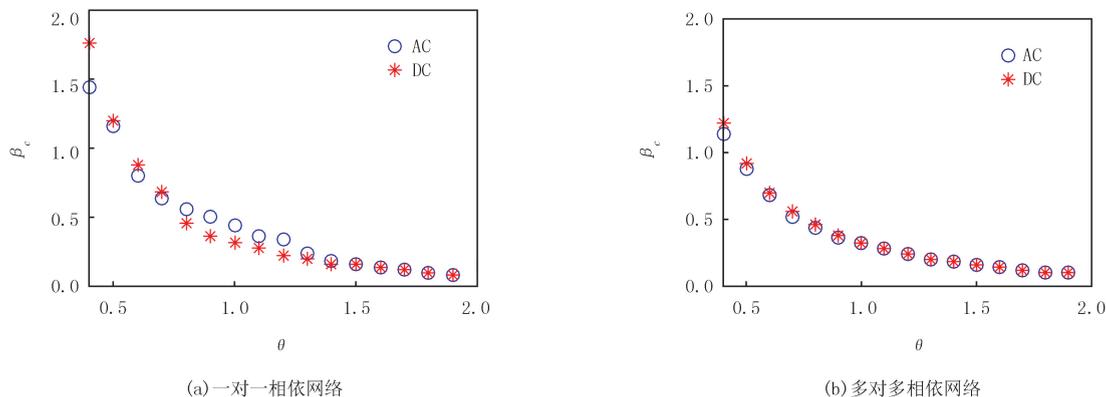


图8 电力信息相依网络的关键阈值 β_c 随 θ 的变化情况
Fig.8 Variation of the β_c of power-information network with θ

4 结束语

为更好地优化网络,提高网络的鲁棒性,考虑实际生活中的过载保护机制和非线性负载容量关系,通过建立 2 种相依方式和耦合方式,对 BA-BA 相依网络和电力信息相依网络的鲁棒性进行分析和数值模拟,并得到以下结论:1)可以根据保护资源成本,适当调整过载参数取值以提高相依网络的抗毁能力;2)当耦合方式相同时,多对多相依方式下整体网络的鲁棒性优于一对一相依方式下整体网络的鲁棒性;3)容量指数参数和耦合方式共同决定相依网络的鲁棒性.当容量指数参数较小时,在同配耦合方式下 2 种相依网络的鲁棒性较好,当容量指数参数较大时,相依网络的抗毁能力将不受耦合方式的影响.

附录见电子版(DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2024.03.24.0001).

参 考 文 献

- [1] MAJEED BUTT O, ZULQARNAIN M, MAJEED BUTT T. Recent advancement in smart grid technology: future prospects in the electrical power network[J]. Ain Shams Engineering Journal, 2021, 12(1): 687-695.
- [2] 郭明健, 高岩. 基于复杂网络理论的电力网络抗毁性分析[J]. 复杂系统与复杂性科学, 2022, 19(4): 1-6.
GUO M J, GAO Y. Invulnerability analysis of power network based on complex network[J]. Complex Systems and Complexity Science, 2022, 19(4): 1-6.
- [3] LAI Q, ZHANG H H. Analysis of identification methods of key nodes in transportation network[J]. Chinese Physics B, 2022, 31(6): 068905.
- [4] 杨景峰, 朱大鹏, 赵瑞琳. 城市轨道交通网络特性与级联失效鲁棒性分析[J]. 计算机工程与应用, 2022, 58(7): 250-258.
YANG J F, ZHU D P, ZHAO R L. Analysis on characteristics of urban rail transit network and robustness of cascading failure[J]. Computer Engineering and Applications, 2022, 58(7): 250-258.
- [5] JIN Z Y, DUAN D L, WANG N. Cascading failure of complex networks based on load redistribution and epidemic process[J]. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 2022, 606: 128041.
- [6] 黄英艺, 刘文奇. 物流网络级联失效下的抗毁性分析[J]. 计算机工程与应用, 2015, 51(21): 12-17.
HUANG Y Y, LIU W Q. Survivability analysis of logistics network based on cascading failure[J]. Computer Engineering and Applications, 2015, 51(21): 12-17.
- [7] 吴界辰, 汪莹, 易海琼, 等. 中国台湾“3·3”大规模停电事故分析及其对未来电网发展的启示[J]. 电力建设, 2022, 43(7): 73-79.
WU J C, WANG Y, YI H Q, et al. Analysis of the Power Outage in Taiwan, China on March 3, 2022 and its Implications for Future Power Grid Development[J]. Electric power construction, 2022, 43(7): 73-79.
- [8] MA F, LIU F, YUEN K F, et al. Cascading failures and vulnerability evolution in Bus-Metro complex bilayer networks under rainstorm

- weather conditions[J]. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2019, 16(3): 329.
- [9] ZHANG Y F, NG S T. Robustness of urban railway networks against the cascading failures induced by the fluctuation of passenger flow [J]. *Reliability Engineering & System Safety*, 2022, 219: 108227.
- [10] BULDYREV S V, PARSHANI R, PAUL G, et al. Catastrophic cascade of failures in interdependent networks[J]. *Nature*, 2010, 464: 1025-1028.
- [11] WATANABE S, KABASHIMA Y. Cavity-based robustness analysis of interdependent networks: influences of intranetwork and inter-network degree-degree correlations[J]. *Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*, 2014, 89(1): 012808.
- [12] CHEN Z, DU W B, CAO X B, et al. Cascading failure of interdependent networks with different coupling preference under targeted attack [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2015, 80: 7-12.
- [13] HAO Y C, JIA L M, WANG Y H. Edge attack strategies in interdependent scale-free networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2020, 540: 122759.
- [14] GONG M G, WANG Y X, WANG S F, et al. Enhancing robustness of interdependent network under recovery based on a two-layer-protection strategy[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 12753.
- [15] MA L J, ZHANG X, LI J Q, et al. Enhancing robustness and resilience of multiplex networks against node-community cascading failures [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(6): 3808-3821.
- [16] KIM D H, MOTTER A E. Resource allocation pattern in infrastructure networks[J]. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, 2008, 41(22): 224019.
- [17] 王建伟, 荣莉莉. 超负荷边带有崩溃概率的相继故障模型上袭击策略研究[J]. *中国管理科学*, 2009, 17(6): 147-156.
WANG J W, RONG L L. Study on attacks on cascading model of overload edges with breakdown probabilities[J]. *Chinese Journal of Management Science*, 2009, 17(6): 147-156.
- [18] CHEN C Y, ZHAO Y, GAO J X, et al. Nonlinear model of cascade failure in weighted complex networks considering overloaded edges[J]. *Scientific Reports*, 2020, 10: 13428.
- [19] WANG N, JIN Z Y, ZHAO J. Cascading failures of overload behaviors on interdependent networks[J]. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 2021, 574: 125989.
- [20] 余荣斌, 蒋沅, 严玉为, 等. 考虑相依边负载的相依网络鲁棒性研究[J]. *电子科技大学学报*, 2022, 51(5): 774-785.
YU R B, JIANG Y, YAN Y W, et al. Research on robustness of interdependent networks considering dependent side load[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2022, 51(5): 774-785.

Cascading failure on interdependent networks based on nodes' collapse probability

Yang Lixin, Li Mengjiao, Dang Yuanchen, Li Jia

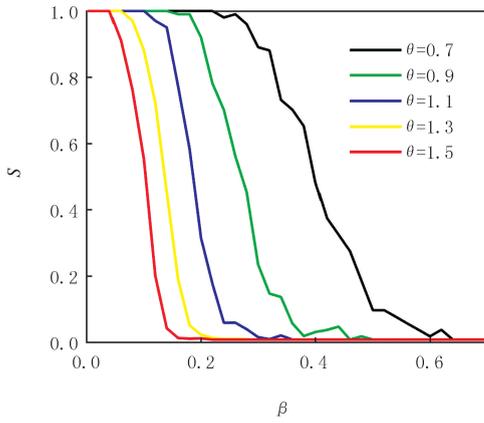
(School of Mathematics and Data Science, Shaanxi University of Science and Technology, Xi'an 710021, China)

Abstract: According to the nonlinear load and capacity relationship, a realistic cascading failure dynamics model of the interdependent network was established, taking into account of the collapse probability of overloaded nodes. For interdependent networks with different topologies, the dynamic behavior of the network under different interdependence patterns and the coupling modes were investigated by deliberately attacking the node with the maximum load. The simulation results show that the robustness of the interdependent network can be improved by appropriately adjusting the value of the overload parameter according to the cost of protection resources. The multi-to-multi interdependent network is more robust than the one-to-one interdependent network under the same coupling scheme. When the capacity index parameter is small, the robustness of the two types of the interdependent networks under assortative coupling is better than that under disassortative coupling, and the robustness of interdependent networks under assortative and disassortative coupling gradually tends to be the same as the capacity index parameter increases.

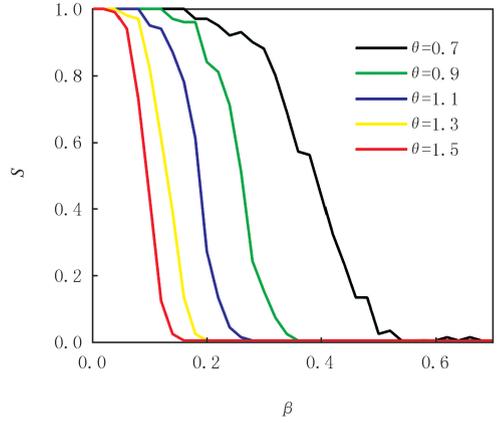
Keywords: cascading failure; interdependent network; robustness; collapse probability

[责任编辑 杨浦 刘洋]

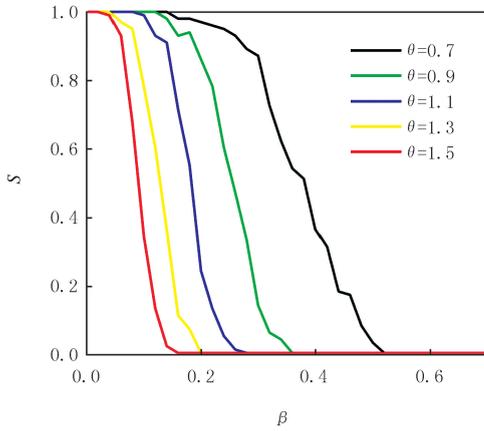
附录



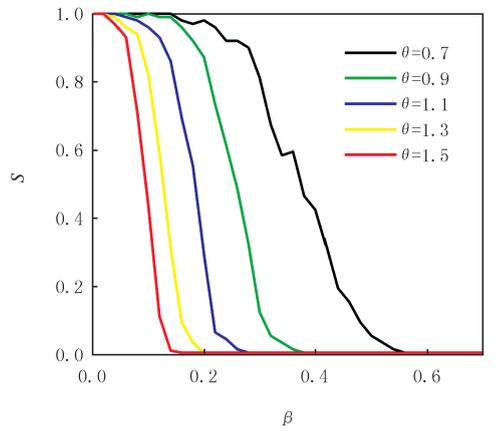
(a) 同配耦合下一对一相依网络



(b) 异配耦合下一对一相依网络



(c) 同配耦合下多对多相依网络



(d) 异配耦合下多对多相依网络

图S1 电力信息网络在不同容量指数参数 θ 下的鲁棒性

Fig.S1 Robustness of the power-information network with the different capacity parameter θ