

动态输出反馈协议下二阶多智能体系统 H_∞ 一致性

梁娟^{1,2}, 张玉莲³, 肖慧敏⁴, 邹方雅⁵, 李钧涛⁵

(1. 武汉理工大学 信息工程学院, 武汉 430070; 2. 河南机电高等专科学校, 河南 新乡 453002;

3. 河南教育学院 数学与统计学院, 郑州 450046; 4. 河南财经政法大学 数学与信息
科学学院, 郑州, 450002; 5. 河南师范大学 数学与信息科学学院, 河南 新乡 453007)

摘要: 研究了受外部干扰的二阶多智能体切换网络的一致性控制问题, 并通过使用智能体邻居的相对位置信息提出了一种分布式动态输出反馈协议。通过定义受控输出和对原模型进行两步变换, 把多智能体系统一致性控制问题转化成 H_∞ 控制问题, 进而对具有切换拓扑结构的无向网络找出使多智能体系统达到 H_∞ 一致性的充分条件。仿真算例验证了所提方法的有效性。

关键词: 一致性; 二阶多智能体系统; H_∞ 控制; 动态输出反馈

中图分类号: TP273

文献标志码: A

多智能体系统的协调控制是控制理论的一个重要的研究领域, 其涉及物理、生物、机器人、人工智能及控制工程等^[1-4]。一致性问题最早由 DeGroot 提出^[5]。1992 年 Benediktsson 等人最先将统计学中一致性思想运用到传感器网络的信息融合上^[6], 从而揭开了系统与控制理论中一致性问题研究的序幕。1995 年, Vicsek 等人提出了自主移动多智能体模型^[7]。2003 年, Jadbabaie 等人通过代数图论、矩阵理论、控制理论针对这一模型进行了理论分析^[8], 证明了 Vicsek 等人的仿真结果。2004 年, Olfati-Saber 和 Murray 提出了多智能体系统一致性比较系统的理论框架^[9]。

自然界中的大多数系统, 如无人机的编队控制、蜂拥问题等, 都需要同时用位移和速度两个状态来刻画。基于此, 2005 年 Ren 等人提出了二阶一致性协议, 通过分析系统的特征根得到了二阶多智能体系统一致性条件^[10]。2008 年 Lin 等人将 Olfati-Saber 和 Murray 提出的协议应用到含时滞的且具有切换拓扑结构的多智能体系统^[11], 并通过解线性矩阵不等式(LMIs)作为充分条件使多智能体系统达到一致。

在实际应用中, 多智能体系统的通信经常会有各种各样的噪声或扰动, 而噪声会对智能体接收到信息的准确性产生影响, 从而影响协调控制^[12-14]。2007 年, Xiao 和 Boyd 等人研究了多智能体系统的分布式平均一致性问题^[12], 每个节点的输入加入了均值为零的噪声, 并分析了噪声对一致性产生的影响。2008 年, Lin 等人分别研究了在零时滞和常时滞两种情况下, 针对受外部干扰且模型不确定的有向网络、一阶多智能体系统的一致性问题^[13]。2010 年, Liu 等人研究了具有外部干扰的一般线性多智能体一致性问题^[14]。

针对一类具有切换网络的受干扰二阶多智能体系统, 本文通过设计一种分布式动态输出反馈协议研究了其 H_∞ 一致性问题。为此, 首先将一致性问题转化成 H_∞ 控制问题; 其次, 通过使用对每个智能体邻居的测控输出设计一种分布式动态输出反馈协议。进一步对原模型做了两步变换, 得到一个完全可控的等价降阶的子系统。再次, 对于具有切换拓扑结构的无向网络图 $G_{\sigma(t)}$, 找出使多智能体系统达到 H_∞ 一致性的充分条件。最后, 通过数值仿真验证了所提方法的有效性。

收稿日期: 2014-07-14

基金项目: 国家自然科学基金(61203293; 61374079); 河南省重点科技攻关计划(122102210131); 河南省高校科技创新人才支持计划(13HASTIT040); 河南省基础与前沿技术研究计划项目(142300410084); 河南省教育厅科技攻关计划(13A120524); 河南省高校青年骨干教师资助计划(2012GGJS-063); 河南师范大学骨干教师资助计划。

作者简介: 梁娟(1980—), 女, 河南内黄人, 河南机电高等专科学校讲师, 武汉理工大学博士研究生, 研究方向为复杂系统的建模与控制, E-mail: liangjuanjz@126.com.

1 预备知识

设 $G = (V, E, A)$ 为无向加权图, 其中 $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ 表示图 G 的节点集, 有限集合 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示节点的指标集, $E \subseteq V \times V$ 表示无向图 G 的边集, $A = [a_{ij}]$ 是图 G 的以 a_{ij} 为元素的对称邻接矩阵, 其中 $a_{ij} \geq 0$ 表示节点 v_i 与 v_j 之间的连接权重. 在图 G 中, 节点 v_i 代表第 i 个智能体, 边 i 代表智能体 i 和 j 之间的信息流动. 用 $N_i = \{v_j \in V : (v_i, v_j) \in E\}$ 表示节点 v_i 的邻居节点集合. 加权图 G 的拉普拉斯矩阵定义为 $L = D - A$, 其中 $D = \text{diag}\{d_1, d_2, \dots, d_n\}$ 为图 G 的度量矩阵, $d_i = \sum a_{ij}$. 无向道路是指形如 $(v_{i_1}, v_{i_2}), (v_{i_2}, v_{i_3}), \dots$ 的有序边序列. 如果任意两个节点都有一条无向道路, 则称无向图是连通的.

为了描述变化的拓扑结构, 定义分段常值切换信号函数 $\sigma(t) : [0, \infty) \rightarrow \{1, 2, \dots, M\}$, $M \in \mathbb{Z}^+$ 为所有可能无向图的数目. 在 t 时刻的交互图记为 $G_{\sigma(t)}$, 相应的拉普拉斯矩阵记为 $L_{\sigma(t)}$.

引理 1^[9] 设无向图 G 是连通的, 其拉普拉斯矩阵为 L , 则 1) $\text{rank}(L) = n - 1$, 0 是 L 的一个零特征值, 1_n 是相应的特征向量, 即 $L1_n = 0_n$; 2) 其他 $n - 1$ 个特征值全为正实数.

引理 2^[11] 设 $L_c = [L_{c_{ij}}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 其中

$$L_{c_{ij}} = \begin{cases} \frac{n-1}{n}, & i = j, \\ -\frac{1}{n}, & i \neq j, \end{cases} \quad (1)$$

则有: 1) L_c 的特征值为 1($n - 1$ 重) 和 0(单重), 1_n 是属于特征值 0 的特征向量; 2) 存在正交矩阵 $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 使得 $U^T L_c U = \begin{bmatrix} I_{n-1} & 0_{n-1} \\ * & 0 \end{bmatrix}$, 且 U 的最后一列为 $1_n/\sqrt{n}$; 设 $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为无向图的拉普拉斯矩阵, 那么有 $U^T L U = \begin{bmatrix} L_1 & 0_{n-1} \\ * & 0 \end{bmatrix}$, 其中 $L_1 \in \mathbb{R}^{(n-1) \times (n-1)}$ 是正定阵当且仅当图是连通的.

2 问题描述

考虑由 n 个智能体组成的多智能体系统, 每个智能体看作是无向图 G 的一个节点. 第 i 个智能体的模型为如下二阶动态微分方程:

$$\dot{x}_i(t) = v_i(t), \dot{v}_i(t) = u_i(t) + w_i(t), y_i(t) = x_i(t) \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (2)$$

其中, $x_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 和 $v_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 为状态, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入或协议, $w_i(t) \in L_2[0, \infty)$ 为外界干扰输入, $y_i(t) \in \mathbb{R}^m$, 为测量输出. 如果智能体的测量输出满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y_i(t) - y_j(t)) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_i(t) - x_j(t)) = 0, \quad \forall i, j \in \mathbb{N}, \quad (3)$$

那么协议 $u_i(t)$ 解决了渐近一致问题.

由于受到外部干扰的影响, 多智能体系统要达到如(3)定义的一致性是非常困难的. 类似于文献[14], 定义受控输出函数

$$z_i(t) = x_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j(t) \quad (4)$$

来测量 $x_i(t)$ 与所有智能体平均状态的偏差, $i = 1, 2, \dots, n$. 如果对于所有的 $i \in \mathbb{N}$, 都有 $z_i(t) = 0$, 那么 $\forall i, j \in \mathbb{N}$, 都有 $x_i(t) = x_j(t)$ 成立, 即, 多智能体系统达到了一致. 记

$$x(t) = [x_1^T(t), x_2^T(t), \dots, x_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm}, v(t) = [v_1^T(t), v_2^T(t), \dots, v_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm},$$

$$u(t) = [u_1^T(t), u_2^T(t), \dots, u_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm}, w(t) = [w_1^T(t), w_2^T(t), \dots, w_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm},$$

$$y(t) = [y_1^T(t), y_2^T(t), \dots, y_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm}, z(t) = [z_1^T(t), z_2^T(t), \dots, z_n^T(t)]^T \in \mathbb{R}^{nm}.$$

结合(2)和(4), 则二阶多智能体系统的动态微分方程可表示为:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= (I_n \otimes I_m)v(t), \dot{v}(t) = (I_n \otimes I_m)u(t) + (I_n \otimes I_m)w(t), \\ y(t) &= (I_n \otimes I_m)x(t), z(t) = (L_c \otimes I_m)x(t) \end{aligned} \quad (5)$$

对于 $v(t) \in L_2[0, \infty)$, 定义其标准化能量为 $\|v(t)\|_2 = \left(\int_0^\infty \|v(t)\|^2 dt \right)^{\frac{1}{2}}$, 其中 $\|v(t)\|^2 = v^T(t)v(t)$. $z(t) = 0$ 意味着(3)式成立. 类似于文献[14], 多智能体系统抵抗外部干扰的衰减性能可以用从外部干扰 $w(t)$ 到受控输出 $z(t)$ 的闭环传递函数 $T_{zw}(s)$ 的 H_∞ 范数^[15]

$$\|T_{zw}(s)\|_\infty = \sup_{0 \neq w(t) \in L_2[0, \infty)} \frac{\|z(t)\|_2}{\|w(t)\|_2}, \quad (6)$$

本文的目标是设计一种分布式动态输出反馈协议 $u_i(t)$, 使得对已知的 $\gamma > 0$, 有 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < \gamma$ 成立.

3 主要结果

3.1 动态输出反馈协议设计及模型变换

第 i 个智能体的动态输出反馈协议设计如下, 其中 $i = 1, 2, \dots, n, d_i(t) \in \mathbb{R}^{m_k}, a_{ij}(t)$ 为图 $G_{\sigma(t)}$ 的邻接元素. 记

$$\dot{d}(t) = -(I_n \otimes K_1)d(t) - (L_{\sigma(t)} \otimes K_2)x(t), u(t) = -(I_n \otimes K_3)d(t) - (L_{\sigma(t)} \otimes K_4)x(t), \quad (7)$$

其中 $L_{\sigma(t)}$ 为交互图 $G_{\sigma(t)}$ 的拉普拉斯矩阵. 把(7)带入(5)得到如下切换系统:

$$\dot{d}_i(t) = -K_1 d_i(t) + K_2 \sum_{j \in N_i} a_{ij}(t)(y_j(t) - y_i(t)), u_i(t) = -K_3 d_i(t) + K_4 \sum_{j \in N_i} a_{ij}(t)(y_j(t) - y_i(t)). \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{v}(t) \\ \dot{d}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \otimes 0_m & I_n \otimes I_m & 0_n \otimes 0_{m \times m_k} \\ -(L_{\sigma(t)} \otimes K_4) & 0_n \otimes 0_m & -(I_n \otimes K_3) \\ -(L_{\sigma(t)} \otimes K_2) & 0_n \otimes 0_{m_k \times m} & -(I_n \otimes K_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \\ d(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_n \otimes 0_m \\ I_n \otimes I_m \\ 0_n \otimes 0_{m_k \times m} \end{bmatrix} w(t),$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} L_c \otimes I_m & 0_n \otimes 0_m & 0_n \otimes 0_{m \times m_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \\ d(t) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

由于 $L_{\sigma(t)}$ 有零特征值, 则系统(9)的状态矩阵是非奇异的, 因此不能直接利用 H_∞ 理论来解决. 为此, 采用文献[13-14]的方法对系统(9)做如下变换:

$$\text{步骤 1} \quad \text{令 } \bar{x}_i(t) = x_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_j(t), \bar{v}_i(t) = v_i(t) - \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_j(t), \bar{v}(t) = v(t) - \frac{1}{n} \otimes \left(\sum_{j=1}^n v_j(t) \right),$$

$$\text{那么有: } \begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}(t) \\ \dot{\bar{v}}(t) \\ \dot{\bar{d}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_n \otimes 0_m & L_c \otimes I_m & 0_n \otimes 0_{m \times m_k} \\ -(L_c L_{\sigma(t)} \otimes K_4) & 0_n \otimes 0_m & -(L_c \otimes K_3) \\ -(L_c L_{\sigma(t)} \otimes K_2) & 0_n \otimes 0_{m_k \times m} & -(L_c \otimes K_1) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \bar{v}(t) \\ \bar{d}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_n \otimes 0_m \\ L_c \otimes I_m \\ 0_n \otimes 0_{m_k \times m} \end{bmatrix} w(t),$$

$$z(t) = \begin{bmatrix} L_c \otimes I_m & 0_n \otimes 0_m & 0_n \otimes 0_{m \times m_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ \bar{v}(t) \\ \bar{d}(t) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

$$\text{步骤 2} \quad \text{根据引理 2, 存在正交矩阵 } U \text{ 使得 } U^T L_c U = \begin{bmatrix} I_{n-1} & 0_{n-1} \\ * & 0 \end{bmatrix} \triangleq \bar{L}_c, U^T L_{\sigma(t)} U = \begin{bmatrix} L_{1\sigma(t)} & 0_{n-1} \\ * & 0 \end{bmatrix} \triangleq$$

$\bar{L}_{\sigma(t)}$.

为方便讨论, 记 $U = [U_1 \ U_2], U_2 = 1_n / \sqrt{n}$ 为 U 的最后一列. 做类似于文献[13-14]的正交变化, (10)可经过变化后分解为两个子系统:

$$\dot{z}^1(t) = \begin{bmatrix} I_{n-1} \otimes I_m & 0_{n-1} \otimes 0_m & 0_{n-1} \otimes 0_{m \times m_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}^1(t) \\ \hat{v}^1(t) \\ \hat{d}^1(t) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

$$[\dot{\hat{x}}^2(t), \dot{\hat{v}}^2(t), \dot{\hat{d}}^2(t)]^T = 0, \quad (12)$$

$$\text{其中 } \begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}^1(t) \\ \dot{\hat{v}}^1(t) \\ \dot{\hat{d}}^1(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n-1} \otimes 0_m & I_{n-1} \otimes I_m & 0_{n-1} \otimes 0_{m \times m_k} \\ -(L_{1\sigma(t)} \otimes K_4) & 0_{n-1} \times 0_m & -(I_{n-1} \otimes K_3) \\ -(L_{1\sigma(t)} \otimes K_2) & 0_{n-1} \otimes 0_{m_k \times m} & -k_1 I_{n-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \hat{x}^1(t) \\ \hat{v}^1(t) \\ \hat{d}^1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{(n-1) \times (n-1)} \\ I_{n-1} \\ 0_{(n-1) \times (n-1)} \end{bmatrix} \hat{w}^1(t).$$

由于子系统(12)是不受控的,所以仅需研究已降阶子系统(11)的 H_∞ 性能。

3.2 H_∞ 一致性条件

定理 1 考虑具有切换交互图 $G_{\sigma(t)}$ 的网络,对已知的 $\gamma > 0$,如果存在正定矩阵 $\hat{P} \in \mathbf{R}^{(2m+m_k)(n-1) \times (2m+m_k)(n-1)}$,使得对所有的 $\sigma(t) = 1, 2, \dots, M$,矩阵不等式 $\hat{A}_{\sigma(t)}^1 \hat{P} + \hat{P} \hat{A}_{\sigma(t)}^1 + \gamma^{-2} \hat{P} \hat{B}^1 \hat{B}^{1\top} \hat{P} + \hat{C}^1 \hat{C}^{1\top} < 0$ 均成立,那么系统(11)是渐近稳定的,且满足 $\|T_{\hat{z}^1 \hat{w}^1}(s)\|_\infty < \gamma$ 。

证明 类似于文献[13-14],略之。

定理 2 如果切换交互图 $G_{\sigma(t)}$ 是连通的,且按(7)设计协议 $u_i(t)$,对已知的 $\gamma > 0$,如果存在正定矩阵 $P \in \mathbf{R}^{(2m+m_k) \times (2m+m_k)}$,使得对 $\sigma(t)i = \sigma_*(t)i_*$ 和 $\sigma^*(t)i^*$,线性矩阵不等式(LMIs)

$$\begin{bmatrix} PA_{\sigma(t)i}^1 + A_{\sigma(t)i}^{1\top} P + C_0^1 C_0^1 & PB_0^1 \\ * & -\gamma^2 \end{bmatrix} < 0 \quad (13)$$

均成立,那么系统(11)是渐近稳定的,且满足 $\|T_{\hat{z}^1 \hat{w}^1}(s)\|_\infty < \gamma$ 。其中,

$$A_{\sigma(t)i}^1 = \begin{bmatrix} 0_m & I_m & 0_{m \times m_k} \\ -\lambda_{\sigma(t)i} K_4 & 0_m & -K_3 \\ -\lambda_{\sigma(t)i} K_2 & 0_{m_k \times m} & -K_1 \end{bmatrix}, B_0^1 = \begin{bmatrix} 0_m \\ I_m \\ 0_{m_k \times m} \end{bmatrix}, C_0^1 = \begin{bmatrix} I_m & 0_m & 0_{m \times m_k} \end{bmatrix}.$$

证明 记 $\hat{x}^1(t) = [\hat{x}_1^T(t) \ \hat{x}_2^T(t) \ \dots \ \hat{x}_{n-1}^T(t)]^T$, $\hat{v}^1(t) = [\hat{v}_1^T(t) \ \hat{v}_2^T(t) \ \dots \ \hat{v}_{n-1}^T(t)]^T$, $\hat{d}^1(t) = [\hat{d}_1^T(t) \ \hat{d}_2^T(t) \ \dots \ \hat{d}_{n-1}^T(t)]^T$ 。

定义列向量 $\xi(t) = [\xi_1^T(t) \ \xi_2^T(t) \ \dots \ \xi_{n-1}^T(t)]^T$,其中 $\xi_i(t) = [\hat{x}_i(t) \ \hat{v}_i(t) \ \hat{d}_i(t)]^T \in \mathbf{R}^{2m+m_k}, i = 1, 2, \dots, n-1$ 。则(11)等价于:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= \left(I_{n-1} \otimes \begin{bmatrix} 0_m & I_m & 0_{m \times m_k} \\ 0_m & 0_m & -K_3 \\ 0_{m_k \times m} & 0_{m_k \times m} & -K_1 \end{bmatrix} + L_{1\sigma(t)} \otimes \begin{bmatrix} 0_m & 0_m & 0_{m \times m_k} \\ -K_4 & 0_m & 0_{m \times m_k} \\ -K_2 & 0_{m_k \times m} & 0_{m_k} \end{bmatrix} \right) + \\ &\quad \left(I_{n-1} \otimes \begin{bmatrix} 0_m \\ I_m \\ 0_{m_k \times m} \end{bmatrix} \right) \hat{w}^1(t) \hat{z}^1(t) = (I_{n-1} \otimes [I_m \ 0_m \ 0_{m \times m_k}]) \xi(t) = C^1 \xi(t). \end{aligned}$$

根据定理 1,如果存在正定矩阵 $\hat{P} \in \mathbf{R}^{(2m+m_k)(n-1) \times (2m+m_k)(n-1)}$,使得对所有的 $\sigma(t) \in M$,矩阵不等式

$$A_{\sigma(t)}^1 \hat{P} + \hat{P} A_{\sigma(t)}^1 + \gamma^{-2} \hat{P} \hat{B}^1 \hat{B}^{1\top} \hat{P} + C^1 C^{1\top} < 0 \quad (14)$$

均成立,那么系统(11)是渐近稳定的,且满足 $\|T_{\hat{z}^1 \hat{w}^1}(s)\|_\infty < \gamma$ 。特殊地,取 $\hat{P} = I_{n-1} \otimes P$,其中 $P \in \mathbf{R}^{(2m+m_k) \times (2m+m_k)}$ 为正定矩阵。由于图 $G_{\sigma(t)}$ 是连通的,由引理 2 知, $L_{1\sigma(t)}$ 是正定矩阵,则存在正交矩阵 $U_{1\sigma(t)} \in \mathbf{R}^{(n-1) \times (n-1)}$,使得 $U_{1\sigma(t)}^T L_{1\sigma(t)} U_{1\sigma(t)} = \text{diag}\{\lambda_{\sigma(t)1} \ \lambda_{\sigma(t)2} \ \dots \ \lambda_{\sigma(t)(n-1)}\} \triangleq \Delta_{\sigma(t)}$,其中 $\lambda_{\sigma(t)i} (i = 1, 2, \dots, n-1)$ 为矩阵 $L_{\sigma(t)}$ 的正特征值,令 $\bar{U}_{1\sigma(t)} = U_{1\sigma(t)} \otimes I_{2m+m_k}$,分别用 $\bar{U}_{1\sigma(t)}^T$ 和 $\bar{U}_{1\sigma(t)}$ 左乘和右乘不等式(14),得:

$$\bar{U}_{1\sigma(t)}^T [A_{\sigma(t)}^1 \hat{P} + \hat{P} A_{\sigma(t)}^1 + \gamma^{-2} \hat{P} \hat{B}^1 \hat{B}^{1\top} \hat{P} + C^1 C^{1\top}] \bar{U}_{1\sigma(t)} < 0, \quad (15)$$

$$\bar{U}_{1\sigma(t)}^T \hat{P} A_{\sigma(t)}^1 \bar{U}_{1\sigma(t)} = (\bar{U}_{1\sigma(t)}^T \hat{P} \bar{U}_{1\sigma(t)}) (\bar{U}_{1\sigma(t)}^T A_{\sigma(t)}^1 \bar{U}_{1\sigma(t)}) = \text{diag}\{PA_{\sigma(t)1}^1, PA_{\sigma(t)2}^1, \dots, PA_{\sigma(t)(n-1)}^1\}, \quad (16)$$

$$\bar{U}_{1\sigma(t)}^T \hat{P} B^1 B^{1\top} \hat{P} \bar{U}_{1\sigma(t)} = I_{n-1} \otimes (P B_0^1 B_0^{1\top} P), \quad (17)$$

$$\bar{U}_{1\sigma(t)}^T C^1 C^{1\top} \bar{U}_{1\sigma(t)} = I_{n-1} \otimes (C_0^1 C_0^{1\top}). \quad (18)$$

由(15)~(18)可以看出,不等式(15)的左端为 $n-1$ 块对角矩阵。因此,对所有的 $\sigma(t) = 1, 2, \dots, M$,不等式(14)成立当且仅当对所有的 $\sigma(t) = 1, 2, \dots, M$ 和 $i = 1, 2, \dots, n-1$,满足 $PA_{\sigma(t)i}^1 + A_{\sigma(t)i}^{1\top} P + \gamma^{-2} P B_0^1 B_0^{1\top} P + C_0^1 C_0^{1\top} < 0$,根据 Schur 补引理,这等价于不等式(13)。证毕。

需要指出的是,在 $u_i(t)$ 已设计出的情况下,对固定的下标 $\sigma(t)i$, (13) 为关于 P 的线性矩阵不等式,具有

凸性质.因此,只需要将 $\sigma(t)i = \sigma_*(t)i_*$ 和 $\sigma^*(t)i^*$ 带入线性矩阵不等式(13)求出其解即可,这样就大大减少了计算量.

4 数值仿真

考虑4个具有切换网络的智能体所构成的二阶多智能体系统,每个智能体的模型为下面的线性动力学方程: $\dot{x}_i(t) = v_i(t), \dot{v}_i(t) = u_i(t) + w_i(t), y_i(t) = x_i(t), i = 1, 2, 3, 4$,其中,外部干扰为 $w(t) = [2\omega(t), -1.5\omega(t), 1.2\omega(t), 1.8\omega(t)]^T$,其中 $\omega(t)$ 是能量有界的白噪声.

取 $\gamma = 1$,增益 $K_1 = 14, K_2 = 19, K_3 = 13, K_4 = 22$,初始状态 $x(0) = [0.1 \ -0.1 \ 0.2 \ -0.2]^T$, $v(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.

图1给出了所有可能的交互图构成集合,记为 $G = \{G_1, G_2, G_3\}$,各边的权值 $a_{ij}(t)$ 均为1.

图2为给出了受控输出 $z_i(t)$ 的轨迹, $z_i(t)$ 趋向于零,说明各智能体状态之间的差趋于零,即多智能体系统的位移状态可达到一致性;图3给出了外部干扰 $w(t)$ 与受控输出 $z(t)$ 的能量轨迹,可以看出 $\gamma < 1$,多智能体系统满足 H_∞ 性能,表明了动态输出反馈协议以及上述理论分析的有效性;图4为多智能体系统的控制轨迹,可以看出在动态输出反馈协议下,控制信号是平稳的;图5为多智能体系统的速度轨迹,由图5知,4个智能体的速度状态最终达到一致.

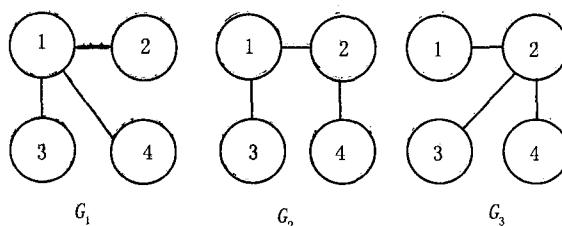


图1 多智能体网络交互图

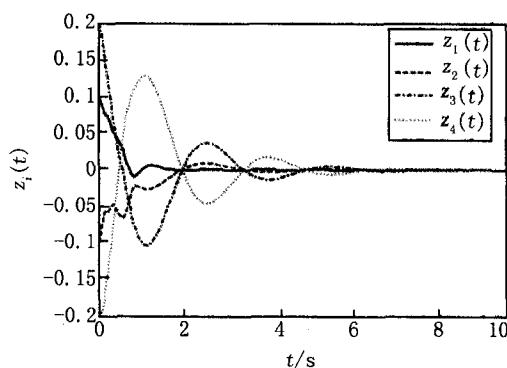


图2 4个智能体的位移状态误差轨迹

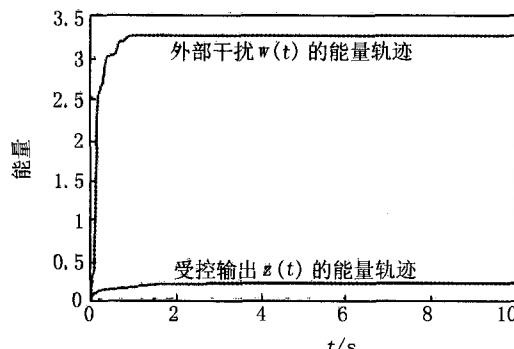


图3 外部干扰 $w(t)$ 和输出 $z(t)$ 的能量轨迹

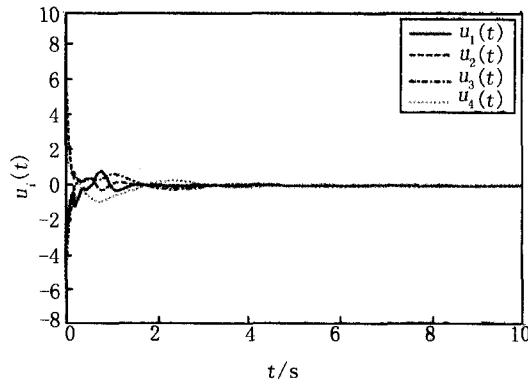


图4 多智能体系统的控制轨迹

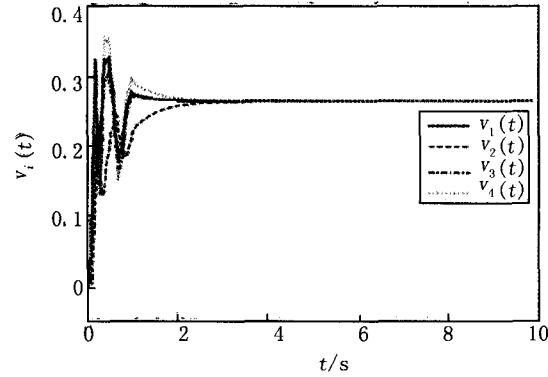


图5 多智能体系统的速度轨迹

5 结束语

本文通过设计一种分布式动态输出反馈协议来研究受外部干扰的二阶多智能体系统的一致性问题,根

据 H_{∞} 理论找出使多智能体系统达到一致并且满足 H_{∞} 性能的充分条件. 需要注意的是, 与参考文献[15]相比, 本文需要对每个智能体都构建一个扩展动态系统, 这造成了分析上的困难和成本的提高, 但实现了动态输出协议并达到了一致性. 此外, 文中的交互图都不含时滞. 在未来的研究中, 将致力于研究含时滞的有向网络情况下多智能体的一致性问题.

参 考 文 献

- [1] Murphrey R, Pardalos P M. Cooperative Control and Optimization[M]. Netherland: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [2] Shamma J S. Cooperative Control of Distributed Multi-Agent Systems[M]. England: John Wiley & Sons Ltd, 2007.
- [3] Qu Z H. Cooperative Control of Dynamical Systems: Application to Autonomous Vehicles[M]. London: Springer-Verlage, 2009.
- [4] Olfati-Saber R, Fax J A, Murry R M. Consensus and Cooperation in Networked Multi-Agent Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 2007, 95(1):215-233.
- [5] DeGroot M H. Reaching a consensus [J]. Journal of American Statistical Association, 1974, 65(345):118-121.
- [6] Benediktsson J, Swain P. Consensus theoretic classification methods[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, 1992, 22(4):688-704.
- [7] Vicsek T, Czirook A, Ben-Jacob E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(6):1226-1229.
- [8] Jadbabaie A, Lin J, Morse A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(9):988-1001.
- [9] Olfati-Saber R, Murry M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2004, 49(9):1520-1533.
- [10] Ren W, Atkins E. Second-order consensus protocols in multiple vehicle systems with local interaction [A]. Proceeding of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, San Francisco, 2005.
- [11] Lin P, Jia Y M, Du J P, et al. Distributed leadless coordination for networks of second-order agents with time-delay on switching topology[C]. Proceedings of the American Control Conference, Seattle, 2008.
- [12] Xiao L, Boyd S, Kim S. Distributed average consensus with least-mean-square deviation [J]. Journal of Parallel and Distributed Computing, 2007, 67(1):33-46.
- [13] Lin P, Jia Y M, Li L. distributed robust H_{∞} consensus control in directed networks of agents with time-delay[J]. Systems and Control Letters, 2008, 57:643-653.
- [14] Liu Y, Jia Y M. H_{∞} consensus control of multi-agent systems with switching topology: a dynamic output feedback protocol[J]. International Journal of Control, 2010, 83(3):527-537.
- [15] 贾英民. 鲁棒 H_{∞} 控制[M]. 北京: 科学出版社, 2007.

H_{∞} Consensus Problem of Second-order Multi-agent Systems via the Dynamic Output Feedback Protocol

LIANG Juan^{1,2}, ZHANG Yulian³, XIAO Huimin⁴, GAO Fangya⁵, LI Juntao⁵

1. School of Information Engineering, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China;
2. Henan Mechanical and Electrical Engineering college, Xinxiang 453002, China;
3. School of Mathematics and Statistics, Henan Institute of Education, Zhengzhou 450046, China;
4. Department of Mathematics and Information Science, Henan University of Economics and Law, Zhengzhou 450002, China;
5. School of Mathematics and Information Science, Henan Normal University, Xinxiang 453007, China

Abstract: This paper is devoted to the consensus control problem for switching networks of second-order multi-agents with external disturbance, and a distributed dynamic output feedback protocol is proposed by using the neighbors' measured outputs. By defining a controlled output and conducting a model transformation in two steps, the consensus problem of the multi-agent systems is transformed into a normal H_{∞} problem. The sufficient conditions are derived to ensure the H_{∞} performance for networks with switching topology. A simulation example is provided to validate the proposed method.

Keywords: consensus; second-order multi-agent systems; H_{∞} control; dynamic output feedback