

基于倒向不确定微分方程的投资组合模型研究

高采文, 张飞宇

(山西大同大学 数学与统计学院, 山西 大同 037009)

摘要:倒向不确定微分方程是由Liu过程驱动的一类特殊的微分方程,研究在不确定环境下为达到未来预期目标,当前时刻应该如何决策以及如何采取行为路径的问题.首先,介绍倒向不确定微分方程的有关理论,并讨论线性倒向不确定微分方程的解.其次,考虑到这个理论适用于金融市场中的投资,建立了基于线性倒向不确定微分方程的不确定投资组合模型.

关键词:线性倒向不确定微分方程;Liu过程;投资组合模型

中图分类号:O175

文献标志码:A

文章编号:1000-2367(2026)01-0077-06

正向不确定微分方程是依据系统的初始状态,研究其变化规律,得到未来不确定意义上的确定性状态.倒向不确定微分方程则是以系统未来的状态为目标,研究为达到目标状态,目前需要处于的状态以及采取的行为路径.在现实的证券市场,理性的投资者通常会对未来的收益抱有某种预期,并通过制定投资策略来达到预期目标,所以金融市场的投资研究着重考虑终端条件.可以发现,倒向不确定微分方程依赖于终端条件,这恰好符合金融市场中投资运行的典型特征.倒向不确定微分方程在近十年才有所发展,由于它所具有的独特性质,考虑将其应用在投资、期权等经济领域.

下面先介绍倒向随机微分方程,并由此引入倒向不确定微分方程.倒向随机微分方程是研究在随机干扰环境下,为了实现未来预期目标,现在时刻系统应该如何决策的问题.文献[1]研究倒向随机微分方程的性质及其在金融中的应用,得到未定权益的合理定价公式是倒向随机微分方程的解.DUFFIE等^[2-3]探讨了基于倒向随机微分方程的随机效用问题.石玉凤^[4]运用倒向随机微分方程理论对具有随机投资回报决策目标的无套利寿险定价模型进行了研究.彭实戈^[5]介绍了倒向随机微分方程及其在金融数学中的应用.苗杰^[6]基于倒向随机微分方程理论探究了可分离债券的定价问题.

虽然倒向随机微分方程已被应用于实践中,然而随机模型应用的前提是事件的概率分布函数与事件的实际频率接近,即满足大数定理,这需要大量的样本数据.由于经济和技术等原因,在实践中有时不能获得样本数据,只能依靠领域专家来估计事件发生的可能性.同时,由于Wiener过程的性质,随机模型在描述许多时变系统时存在不一致性,这在参考文献[7]中进行了详细讨论.为了更好地描述实践中的各种噪声,需要考虑新的方法.

为了解决这个问题,LIU^[8]在2007年提出不确定理论,这是一个模拟人类不确定性的公理化数学理论.2008年,他又引入了不确定过程^[9]来描述不确定量的演变.不确定微分方程是包含不确定过程的一类微分方

收稿日期:2024-11-20;**修回日期:**2025-10-23.

基金项目:山西省统计科学研究项目(2024D001);山西大同大学基础科研计划项目(2022K24);山西大同大学研究生实践创新项目(25SJCX58).

作者简介(通信作者):高采文(1978—),女,山西朔州人,山西大同大学教授,研究方向为不确定统计,E-mail:nbgao Caiwen@163.com.

引用本文:高采文,张飞宇.基于倒向不确定微分方程的投资组合模型研究[J].河南师范大学学报(自然科学版),2026,54(1):77-82.(Gao Caiwen,Zhang Feiyu.Research on portfolio model based on backward uncertain differential equations[J].Journal of Henan Normal University(Natural Science Edition),2026,54(1):77-82.DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2024.11.20.0001.)

程.Liu 过程是一个稳定的独立增量过程,在不确定分析中起着重要作用.目前,不确定微分方程已成为处理不确定动态系统的主要工具,在现实的金融决策过程中,投资者的信度对行为决策起着非常重要的作用并且影响着市场的发展.在实际应用中,将不确定微分方程成功地应用于金融领域的有不确定股票模型^[10-11]、不确定利率模型^[12-13]和不确定货币模型^[14-15].此外,不确定微分方程在许多其他领域也得到推广,例如多因素不确定微分方程^[16]、高阶不确定微分方程^[17]、不确定分数阶微分方程^[13]、倒向不确定微分方程^[18]、时滞不确定微分方程^[19]、带跳不确定微分方程^[20]和 multidimensional 不确定微分方程^[21].其中,倒向不确定微分方程是一类特殊的不确定微分方程,它根据未来的状态倒推当前的决策及行为路径.这种类型的微分方程与动态控制问题和金融中的债权定价有重要联系.倒向不确定微分方程理论的建立和发展,为解决金融问题提供了一个强大的分析工具.GE 等^[18]首先提出倒向不确定微分方程的概念.同时,讨论了解的存在唯一性定理.以下将在不确定理论的框架下研究由倒向不确定微分方程刻画的不确定投资组合模型.

1 线性倒向不确定微分方程的解

倒向不确定微分方程是一类已知终值的不确定微分方程,它研究在不确定因素扰动的环境下如何制定路径使一个系统达到预期的目标.本节首先介绍倒向不确定微分方程的一些基本概念和定理,其次讨论线性倒向不确定微分方程的解,并举例加以说明.

定义 1^[18] 设 C_t 是一个 Liu 过程, f 和 g 是实函数,

$$\begin{cases} dX_t = f(t, X_t)dt + g(t, X_t)dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases} \quad (1)$$

其中 $t \in [0, T]$, 式(1)称为终值 $X_T = \xi$ 的倒向不确定微分方程.

由不确定积分的理论,容易得到倒向不确定微分方程(1)等价于不确定积分方程: $X_t = \xi - \int_t^T f(s, X_s)ds - \int_t^T g(s, X_s)dC_s, t \in [0, T]$. 显然,倒向不确定微分方程的解是一个 Liu 过程.

引理 1^[18] 考虑给定终值的倒向不确定微分方程(1),如果 $f(t, x)$ 和 $g(t, s)$ 满足 Lipschitz 条件 $|f(t, x) - f(t, y)| + |g(t, x) - g(t, y)| \leq L|x - y|, \forall x, y \in \mathbf{R}, t \in [0, T]$ 和线性增长条件 $|f(t, x)| + |g(t, x)| \leq L(1 + |x|), \forall x \in \mathbf{R}, t \in [0, T]$, 则倒向不确定微分方程(1)有唯一的解,其中 L 为正常数.

引理 2^[22] 若 X_t 和 Y_t 是两个 Liu 过程,则 $dX_t Y_t = X_t dY_t + Y_t dX_t$.

定义 2 在倒向不确定微分方程(1)中,设 $f(t, X_t) = u_{1t}X_t + u_{2t}, g(t, X_t) = v_{1t}X_t + v_{2t}$, 其中 $u_{1t}, u_{2t}, v_{1t}, v_{2t}$ 为样本连续的不确定过程, 则方程(1)为线性倒向不确定微分方程.

定理 1 设 $u_{1t}, u_{2t}, v_{1t}, v_{2t}$ 是可测函数, 则线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = (u_{1t}X_t + u_{2t})dt + (v_{1t}X_t + v_{2t})dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

有解 $X_T = U_T \cdot V_t$, 其中 $U_t = U_T \cdot \exp(-\int_t^T u_{1s}ds - \int_t^T v_{1s}dC_s), V_t = V_T - \int_t^T \frac{u_{2s}}{U_s}ds - \int_t^T \frac{v_{2s}}{U_s}dC_s$.

证明 定义两个不确定过程 U_t 和 V_t ,

$$dU_t = u_{1t}U_t dt + v_{1t}U_t dC_t, \quad (2)$$

$$dV_t = \frac{u_{2t}}{U_t}dt + \frac{v_{2t}}{U_t}dC_t, \quad (3)$$

由引理 2, 得

$$\begin{aligned} dX_t &= V_t dU_t + U_t dV_t = V_t(u_{1t}U_t dt + v_{1t}U_t dC_t) + U_t(\frac{u_{2t}}{U_t}dt + \frac{v_{2t}}{U_t}dC_t) = u_{2t}dt + v_{2t}dC_t + (u_{1t}U_t V_t dt + \\ &\quad v_{1t}U_t V_t dC_t) = u_{2t}dt + v_{2t}dC_t + (u_{1t}X_t dt + v_{1t}X_t dC_t) = (u_{1t}X_t + u_{2t})dt + (v_{1t}X_t + v_{2t})dC_t. \end{aligned}$$

由式(2), 得

$$\frac{dU_t}{U_t} = u_{1t} dt + v_{1t} dC_t, \quad (4)$$

式(4)等号两边从 t 到 T 积分得 $\int_t^T d \ln U_s = \int_t^T u_{1s} ds + \int_t^T v_{1s} dC_s$, 即 $\ln U_t = \ln U_T - \int_t^T u_{1s} ds - \int_t^T v_{1s} dC_s$, 整理得 $U_t = U_T \cdot \exp(-\int_t^T u_{1s} ds - \int_t^T v_{1s} dC_s)$, 式(3)等号两边从 t 到 T 积分得 $\int_t^T dV_s = \int_t^T \frac{u_{2s}}{U_s} ds + \int_t^T \frac{v_{2s}}{U_s} dC_s$, 整理得 $V_t = V_T - \int_t^T \frac{u_{2s}}{U_s} ds - \int_t^T \frac{v_{2s}}{U_s} dC_s$.

例 1 考虑线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = u_t dt + v_t dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

其中 u_t 和 v_t 是两个可积函数. 令 $U_T = 1, V_T = X_T$, 由于 $U_t = \exp(-\int_t^T 0 ds - \int_t^T 0 dC_s) = 1, V_t = X_T - \int_t^T u_s ds - \int_t^T v_s dC_s$, 所以 $X_t = X_T - \int_t^T u_s ds - \int_t^T v_s dC_s$.

例 2 考虑线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = u_t X_t dt + v_t X_t dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

其中 u_t 和 v_t 是两个可积函数. 令 $U_T = 1, V_T = X_T$, 由于 $U_t = \exp(-\int_t^T u_s ds - \int_t^T v_s dC_s), V_t = X_T - \int_t^T 0 ds - \int_t^T 0 dC_s = X_T$, 所以 $X_t = X_T \cdot \exp(-\int_t^T u_s ds - \int_t^T v_s dC_s)$.

例 3 考虑线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = aX_t dt + \sigma dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

其中 a 和 σ 是两个实数. 令 $U_T = 1, V_T = X_T$, 由于

$$U_t = \exp(-\int_t^T a ds - \int_t^T 0 dC_s) = \exp(a(t - T)), V_t = X_T - \int_t^T 0 ds - \int_t^T \frac{\sigma}{\exp(a(s - T))} dC_s,$$

所以

$$X_t = \exp(a(t - T))(X_T - \int_t^T \frac{\sigma}{\exp(a(s - T))} dC_s) = \exp(a(t - T))(X_T - \sigma \int_t^T \exp(a(T - s)) dC_s).$$

例 4 考虑线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = m dt + \sigma X_t dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

其中 m 和 σ 是两个实数. 令 $U_T = 1, V_T = X_T$, 由于 $U_t = \exp(-\int_t^T 0 ds - \int_t^T \sigma dC_s) = \exp(\sigma(C_t - C_T)), V_t = X_T - \int_t^T \frac{m}{\exp(\sigma(C_s - C_T))} ds - \int_t^T 0 dC_s = X_T - m \int_t^T \exp(\sigma(C_T - C_s)) ds$, 所以 $X_t = \exp(\sigma(C_t - C_T))(X_T - m \int_t^T \exp(\sigma(C_T - C_s)) ds)$.

例 5 考虑线性倒向不确定微分方程

$$\begin{cases} dX_t = (aX_t + m) dt + \sigma dC_t, \\ X_T = \xi, \end{cases}$$

其中 a, m 和 σ 是实数且 $a \neq 0$. 令 $U_T = 1, V_T = X_T$, 由于

$$U_t = \exp(-\int_t^T a ds - \int_t^T 0 dC_s) = \exp(a(t - T)),$$

$$V_t = X_T - \int_t^T \frac{m}{\exp(a(s-T))} ds - \int_t^T \frac{\sigma}{\exp(a(s-T))} dC_s =$$
$$X_T - m \int_t^T \exp(a(T-s)) ds - \sigma \int_t^T \exp(a(T-s)) dC_s,$$

所以 $X_t = \exp(a(t-T))(X_T - m \int_t^T \exp(a(T-s)) ds - \sigma \int_t^T \exp(a(T-s)) dC_s)$.

2 不确定投资组合模型的建立

正向不确定微分方程是在不确定环境下由系统现在的状态研究将来的状态,而倒向不确定微分方程是为了达到未来预期的目标,研究系统当前时刻应该如何决策,也就是根据未来的状态倒推当前的决策及行为路径.倒向不确定微分方程在近 10 年才有所发展,考虑到它所具有的独特性质,可以将其应用在投资、期权等经济领域.

假设一个投资组合有两类资产:一类为无风险资产,如债券;另一类为风险资产,如股票.现实中,当投资的无风险资产或风险资产不止一种时,可以将他们组合在一起看成一个资产.

在不确定噪声的扰动下,无风险资产的价格满足方程: $dX_t = rX_t dt$, 其中 X_t 表示无风险资产的价格, r 表示无风险利率.

在不确定噪声的扰动下,有风险资产的价格满足方程: $dY_t = eY_t dt + \sigma Y_t dC_t$, 其中 Y_t 为风险资产的价格, e 为期望回报率, $\sigma > 0$ 为风险资产波动率.风险资产价格 Y_t 是一个不确定过程,它的逆不确定分布为:

$$\Phi_t^{-1}(\alpha) = Y_0 \exp(et + \frac{\sigma t \sqrt{3}}{\pi} \ln \frac{\alpha}{1-\alpha}).$$

在下面的讨论中不考虑交易费用、税收红利等.假设在 t 时刻投资 Z_t 于市场,其中 Y_t 用来投资股票,其余的 $Z_t - Y_t$ 用来投资债券,投资组合价值的终值为 Z_T , 记 $Z_T = \xi$. 这个投资组合问题可以看成线性倒向不确定微分方程:

$$\begin{cases} dZ_t = (rZ_t + (e-r)Y_t)dt + \sigma Y_t dC_t, \\ Z_t = \xi, \end{cases} \tag{5}$$

其中, $r(Z_t - Y_t)dt$ 表示无风险资产债券的价值, $eY_t dt + \sigma Y_t dC_t$ 表示有风险资产股票的价值, dZ_t 表示投资组合价值.倒向不确定微分方程(5)表示投资组合的价值为无风险资产的价值加上有风险资产的价值,终值 $Z_T = \xi$.

为了求得不确定投资组合模型(5)的解,令 $U_T = 1, V_T = Z_T$, 其中 $U_t = \exp(-\int_t^T r ds - \int_t^T 0 dC_s) = \exp(r(t-T)), V_t = Z_T - \int_t^T \frac{(e-r)Y_s}{\exp(r(s-T))} ds - \int_t^T \frac{\sigma Y_s}{\exp(r(s-T))} dC_s$. 则得到 t 时刻的投资组合价值为:

$$Z_t = \exp(r(t-T))(Z_T - \int_t^T \frac{(e-r)Y_s}{\exp(r(s-T))} ds - \int_t^T \frac{\sigma Y_s}{\exp(r(s-T))} dC_s).$$

例 6 已知一年期的无风险利率 r 为 4%, 期望回报率 e 为 15%, 风险资产波动率 σ 为 2%, 一位投资者预期一年后投资组合价值的终值为 10 000 元, 为了实现这一财政目标, 现在他应总共投资多少于金融市场? 其中多少用来投资股票? 多少用来投资债券?

若投资者想要达到一年后的财政计划, 他现在的决策包括 Z_0 和 Y_0 两部分. 他不仅要决定现在的总投入 Z_0 , 还必须将其中的 Y_0 用来投资股票. 由于

$$Z_t = \exp(r(t-T))(Z_T - \int_t^T \frac{(e-r)Y_s}{\exp(r(s-T))} ds - \int_t^T \frac{\sigma Y_s}{\exp(r(s-T))} dC_s),$$

当 $t=0$ 时,

$$Z_0 = \exp(0.04(0-1))(10\ 000 - \int_0^1 \frac{(0.15-0.04)Y_0 \exp(0.15s-0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} ds -$$

$$\int_0^1 \frac{0.02Y_0 \exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} dC_s = \exp(-0.04)(10\ 000 - 0.11Y_0 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} ds - 0.02Y_0 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} dC_s) = 9\ 607.89 + \exp(-0.04)(-0.11 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} ds - 0.02 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} dC_s)Y_0.$$

记 $C = 9\ 607.89$, $A = \exp(-0.04)(-0.11 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} ds - 0.02 \int_0^1 \frac{\exp(0.15s - 0.02C_s)}{\exp(0.04(s-1))} dC_s)$. 则 $Z_0 = C + AY_0$, $Z_0 - Y_0 = C + (A - 1)Y_0$.

所以,投资者应总共投资 Z_0 于市场,其中 Y_0 用来投资股票, $C + (A - 1)Y_0$ 用来投资债券.问题就转化为 $Y_0 \in [0, 10\ 000]$ 时,求 Z_0 的最小值这一不确定最优化问题.

特别地,当 $Y_0 = 0$ 时,风险投资为 0,这是上述问题的一个特殊情况,不确定收益问题变成了确定收益问题.

3 结 论

目前,对金融市场的讨论日益深入,传统的金融学是由系统现在的状态来推测未来的发展趋势.与此相反,倒向不确定微分方程是从系统终值出发倒推当前决策的一个过程,这种思路更符合现实金融活动的规律.本文讨论了线性倒向不确定微分方程在金融上的应用.先介绍了倒向不确定微分方程的基础知识,接着研究了线性倒向不确定微分方程的解,然后将线性倒向不确定微分方程的理论应用在金融中,得到不确定投资组合模型并讨论了基于线性倒向不确定微分方程的期权定价问题.在今后的研究中,将重点讨论倒向不确定微分方程求解的数值方法.

参 考 文 献

- [1] EL KAROUI N, PENG S, QUENEZ M C. Backward stochastic differential equations in finance[J]. Mathematical Finance, 1997, 7(1): 1-71.
- [2] DUFFIE D, EPSTEIN L G. Stochastic differential utility[J]. Econometrica, 1992, 60(2): 353.
- [3] DUFFIE D, EPSTEIN L G. Asset pricing with stochastic differential utility[J]. The Review of Financial Studies, 1992, 5(3): 411-436.
- [4] 石玉凤. 寿险产品优化理论: 模型与方法[M]. 北京: 中国经济出版社, 2006.
- [5] 彭实戈. 倒向随机微分方程及其应用[J]. 数学进展, 1997, 26(2): 97-112.
PENG S G. The backward stochastic differential equations and its application[J]. Advances in Mathematics(CHINA), 1997, 26(2): 97-112.
- [6] 苗杰. 基于倒向随机微分方程理论的可分离债券定价[J]. 工程数学学报, 2022, 39(3): 487-494.
MIAO J. Pricing of equity warrant bond based on the theory of backward stochastic differential equations[J]. Chinese Journal of Engineering Mathematics, 2022, 39(3): 487-494.
- [7] LIU B D. Toward uncertain finance theory[J]. Journal of Uncertainty Analysis and Applications, 2013, 1(1): 1.
- [8] LIU B D. Uncertainty Theory[M]. 2nd ed. Berlin: Springer Verlag, 2007.
- [9] LIU B. Fuzzy process, hybrid process and uncertain process[J]. Journal of Uncertain Systems, 2008, 2(1): 3-16.
- [10] LV G W, LIU L X, LI W H. Option pricing formulas in a new uncertain stock model with floating interest rate[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2017, 33(4): 2485-2496.
- [11] YAO K. No-arbitrage determinant theorems on mean-reverting stock model in uncertain market[J]. Knowledge-Based Systems, 2012, 35: 259-263.
- [12] XIAO C, ZHANG Y, FU Z F. Valuing interest rate swap contracts in uncertain financial market[J]. Sustainability, 2016, 8(11): 1186.
- [13] ZHU Y G. Uncertain fractional differential equations and an interest rate model[J]. Mathematical Methods in the Applied Sciences, 2015, 38(15): 3359-3368.
- [14] LIU Y H, CHEN X W, RALESCU D A. Uncertain currency model and currency option pricing[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2015, 30(1): 40-51.
- [15] WANG X, NING Y F. An uncertain currency model with floating interest rates[J]. Soft Computing, 2017, 21(22): 6739-6754.
- [16] GAO C W, ZHANG Z Q, LIU B L. Parameter estimation in multifactor uncertain population model[J]. Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, 2023, 45(6): 10295-10303.

[17] YAO K.Uncertain differential equation[M]//Uncertain Differential Equations.Berlin:Springer,2016:49-94.

[18] GE X T,ZHU Y G.A necessary condition of optimality for uncertain optimal control problem[J].Fuzzy Optimization and Decision Making,2013,12(1):41-51.

[19] GE X T,ZHU Y G.Existence and uniqueness theorem for uncertain delay differential equations[J].Journal of Computational Information Systems,2012,8(20):8341-8347.

[20] GAO C W,ZHANG Z Q,LIU B L.Uncertain population model with jumps[J].Mathematics,2022,10(13):2265.

[21] YAO K.Multi-dimensional uncertain calculus with Liu process[J].Journal of Uncertain Systems,2014,8(4):244-254.

[22] LIU B.Some research problems in uncertainty theory[J].Journal of Uncertain Systems,2009,3(1):3-10.

Research on portfolio model based on backward uncertain differential equations

Gao Caiwen, Zhang Feiyu

(School of Mathematics and Statistics, Shanxi Datong University, Datong 037009, China)

Abstract: Backward uncertain differential equation is a special kind of differential equations driven by the Liu process. It studies the issue of how to make decisions and take behavioral paths at the current moment in order to achieve the expected goals in the future under uncertain environment. Firstly, the relevant theory of backward uncertain differential equations is introduced and the solution of linear backward uncertain differential equation is given. Secondly, considering that the theory of backward uncertain differential equation is suitable for investment in financial market, an uncertain portfolio model characterized by linear backward uncertain differential equation is established.

Keywords: linear backward uncertain differential equations; Liu process; portfolio model

[责任编辑 陈留院 杨浦]

(上接第 67 页)

[15] 陶叶青,杨娟,严琰.条件数控制的变量中含有误差模型的正则化算法[J].测绘科学,2022,47(3):186-191.

TAO Y Q,YANG J,YAN Y.Algorithm for regularization of EIV model based on control of condition number[J].Science of Surveying and Mapping,2022,47(3):186-191.

[16] ZHU J J,XIE Q H,ZUO T Y,et al.Complex least squares adjustment to improve tree height inversion problem in PolInSAR[J].Journal of Geodesy and Geoinformation Science,2019,2(1):1-8.

[17] 李豪.病态问题的奇异值双参数修正解法及其应用[D].郑州:战略支援部队信息工程大学,2018.

[18] 陈正宇,刘春.基于多参数正则化的空间坐标转换与精度分析[J].大地测量与地球动力学,2008,28(1):92-95.

CHEN Z Y,LIU C.Spatial coordinate transformation based on multiple parameter regularization and its accuracy analysis[J].Journal of Geodesy and Geodynamics,2008,28(1):92-95.

Multiple singular values correction estimation based on signal-to-noise ratio

Gu Yongwei^a, Li Xinna^a, Guo Shumei^a, Li Guozhong^a, Liu Changjian^b

(a. Foundation Department; b. Geospatial Information Department, Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: In order to solve the multicollinearity problem in linear models, a multi singular values correction estimation based on the signal-to-noise ratio estimation is proposed. The hazards of multicollinearity to parameters in the model are different, which can be measured by the signal-to-noise ratio estimation, so as to classify the parameters according to the different hazard degrees, and at the same time, the hazards mechanism of the multicollinearity to design matrix is obtained. Based on this, combined with the ideas of OR estimation and TSVD estimation, a new MSVC estimation is proposed. It is demonstrated that the MSVC estimation is a unification of the TSVD estimation and the OR estimation forms. The characteristics of MSVC estimation, LS estimation and OR estimation are compared. The advantages of MSVC estimation are as follows:Compared with LS estimation, it achieves a significant reduction in variance at the cost of a slight increase in bias; compared with the OR estimate, the variance increases slightly, in exchange for a large decrease in bias. Numerical experiments show that the MSVC estimation has high calculation accuracy.

Keywords: SNR; multicollinearity; ridge estimation; singular value; multiple parameters

[责任编辑 陈留院 杨浦]