

基于星系旋转曲线观测数据的修改引力理论和暗物质模型对比研究

殷邦晟, 曹周键

(北京师范大学 物理与天文学院, 北京 100875)

摘要:包括近日点进动、星光偏折、引力红移、夏皮罗时间延迟、参考系拖拽和引力波等一系列实验验证,越来越多的实验观测都和广义相对论一致.但同时,暗物质到底是某种神秘物质还是不同于广义相对论的引力理论仍然是悬而未决的问题.星系旋转曲线是最早引发暗物质研究的观测证据.利用斯皮策光度法和精确旋转曲线测量数据对修改引力理论和暗物质模型进行对比研究.关键想法是,把修改引力理论对应成有效万有引力常数,通过对比有效万有引力常数的行为特征和解释星系旋转曲线观测数据的能力,来对比修改引力理论和暗物质模型.分析结果还不能明确区分修改引力理论和暗物质模型.

关键词:星系旋转曲线;暗物质;修改引力理论

中图分类号:P145.2

文献标志码:A

文章编号:1000-2367(2026)03-0092-09

星系中的恒星和气体围绕星系中心做旋转运动,其旋转速度同到星系中心的距离之间的关系被称为星系旋转曲线.根据万有引力定律,在物质分布以外的空间部分,星系旋转曲线应该以 $1/\sqrt{r}$ 的方式衰减^[1].1970年,天文学家鲁宾(RUBIN V)和福特(FORD K)测量并绘制出了仙女星系的旋转曲线.他们发现,星系旋转曲线在远距离处会趋于平坦,显著不同于根据星系中的发光物质质量分布和万有引力定律预言的星系旋转曲线.后来发现大多数星系的旋转曲线都表现出这样的行为.到目前为止,星系旋转曲线、星系团光度质量和动力学质量的不一致性、引力透镜效应和宇宙微波背景辐射各向异性行为一起被认为提供了暗物质存在的证据^[2].

暗物质有很多可能的候选体包括弱相互作用大质量粒子(WIMP)^[3-5]、轴子(axion)^[6]、惰性中微子(sterile neutrino)^[7-8]和原初黑洞^[9-11]等.但直到目前为止,还没有发现暗物质存在的直接探测证据.不同于暗物质的思路,有科学家提出理论试图在不引入暗物质的情况下解释已有的天文观测现象.这些理论包括修正的牛顿引力理论(modified Newtonian dynamics, MOND)^[12-16]和引入度规场以外的场来描述引力(对应暗物质)的引力理论^[17-19]等.

到目前为止,暗物质问题到底是起源于实物粒子还是起源于不同于广义相对论的引力理论,仍然是不清楚的问题.文献中已经有若干研究从实测数据角度来分辨这2种不同的暗物质理解^[20-24].本文利用斯皮策光度法和精确旋转曲线测量数据(spitzer photometry and accurate rotation curves, SPARC)^[25]对修改引力理论和暗物质模型进行对比研究.

收稿日期:2025-09-04; **修回日期:**2025-09-21.

基金项目:国家自然科学基金(12475046);中央高校基本科研业务费专项资金资助.

作者简介:殷邦晟(2001-),男,重庆人,北京师范大学硕士研究生,研究方向为天体物理, E-mail: 202321160021@mail.bnu.edu.cn.

通信作者:曹周键, E-mail: zjcao@amt.ac.cn.

引用本文:殷邦晟,曹周键.基于星系旋转曲线观测数据的修改引力理论和暗物质模型对比研究[J].河南师范大学学报(自然科学版),2026,54(3):92-100.(Yin Bangsheng, Cao Zhoujian. Comparative study of modified gravity theory and dark matter model based on galaxy rotation curve observation data[J]. Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition), 2026, 54(3): 92-100. DOI: 10.16366/j.cnki.1000-2367.2025.09.04.0001.)

1 SPARC 星系数据

星系的物质组分包括恒星盘、中心核球和气体.SPARC^[25]是包含 175 个星系的数据库.根据观测数据质量,这些星系被分成 3 类,分别对应 Quality flag 标签 $Q_{\text{flag}}=1,2,3$. $Q_{\text{flag}}=1$ 的数据是质量最好的,共 99 个. $Q_{\text{flag}}=2$ 的次好,共 64 个. $Q_{\text{flag}}=3$ 的有 12 个.

数据库的数据包括恒星盘和中心核球的表面光度分布、直接观测得到的星系旋转速度 V_{obs} ,以及 3 种不同物质组分所对应的旋转速度.旋转速度是根据不同物质组分的物质分布密度计算得到.星系盘和气体使用盘状物质分布模型刻画并计算旋转速度^[26].中心核球使用球状物质分布模型刻画并计算旋转速度^[27].对于恒星盘和中心核球,光度与物质密度是正比关系.为了更好地描述光度和物质密度之间的关系,引入质光比参数的概念,所以在根据物质分布模型计算这 2 部分的旋转速度时,把表面光度乘以质光比参数后再代入公式计算.在 SPARC 数据中,使用了质光比参数 $\gamma=1$.所以,在使用 SPARC 数据的质光比旋转速度数据时只要在其速度平方基础上乘以需要单独考虑的质光比参数 γ 即可.也就是说,基于 SPARC 数据根据光度确定的星系旋转速度可以表达为

$$V_{\text{bar}}^2 = \gamma_{\text{disk}} V_{\text{disk}}^2 + \gamma_{\text{bul}} V_{\text{bul}}^2 + V_{\text{gas}}^2, \quad (1)$$

其中,下标 bar 表示根据牛顿引力理论算出的表观值,disk 表示星系盘,bul 表示中心核球,gas 表示气体.

SPARC 的 175 个星系中,有 32 个星系具有中心核球,采取 $\gamma_{\text{bul}}=1.4 \gamma_{\text{disk}}$ ^[28].其余星系不存在中心核球 $V_{\text{bul}}=0$,不需要考虑 γ_{bul} .

关于气体的部分,考虑到有可能气体主要分布在星系外围,使得唯象地 V_{gas}^2 项贡献为负.于是式(1)变为

$$V_{\text{bar}}^2 = \gamma_{\text{disk}} V_{\text{disk}}^2 + 1.4 \gamma_{\text{disk}} V_{\text{bul}}^2 + |V_{\text{gas}}| V_{\text{gas}}. \quad (2)$$

2 暗物质模型

虽然不知道暗物质到底是什么,但只要假设这种特殊物质按广义相对论或者牛顿引力理论的规律产生引力就可以构建暗物质模型.暗物质模型中最重要的就是物质分布密度.本文采用 NFW(Navarro,Frenk and White)暗物质模型^[29]

$$\rho_{\text{NFW}}(r) = \rho_0 / \left(\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s} \right)^2 \right),$$

其中, ρ_0 和 r_s 分别是星系暗物质的特征密度和特征尺度半径.对上式进行积分得到在半径 r 内所包含的暗

物质质量^[30]. $M_{\text{NFW}}(r) = 4\pi\rho_0 r_s^3 \left[\ln(1 + (r/r_s)) - \frac{r/r_s}{1 + (r/r_s)} \right]$.利用万有引力定律,上述暗物质对星系旋转

速度的贡献是 $V_{\text{NFW}}^2(r) = \frac{G}{r} M_{\text{NFW}}$.

ρ_0 和 r_s 这 2 个参数可以被等价地表达为^[31]

$$\rho_0 = \frac{\rho_{\text{crit}} \Delta_{\text{vir}}}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - (c/(1+c))}, r_s = \frac{1}{c} \left(\frac{2M_{\text{vir}}}{4\pi\Delta_{\text{vir}}\rho_{\text{crit}}} \right)^{1/3},$$

其中, $\rho_{\text{crit}} \equiv 3H_0^2/8\pi G$ 是宇宙的临界密度.这里的 H_0 是哈勃常数, G 是万有引力常数. Δ_{vir} 是维里超重判据参数,本文取 200.可以使用维里质量参数 M_{vir} 和聚集参数 c 来描述 NFW 暗物质模型.进一步发现维里质量参数 M_{vir} 和聚集参数 c 有关系,特别地对于 NFW 暗物质模型有^[32]

$$\lg\left(\frac{M_{\text{vir}}}{10^{12} h^{-1} M_{\odot}}\right) = m + n \lg c, m = -8.469\ 388, n = 10.204\ 82,$$

其中, $h=0.72$ 是宇宙学参数约化哈勃常数.只需要聚集参数 c 来刻画 NFW 暗物质模型.不同星系具有不同的聚集参数 c .后面利用观测数据来确定这个参数.

3 修正的牛顿引力理论

牛顿的万有引力定律可以表达为 $F = GM_1 M_2 / r^2$,其中, G 是常数.唯象地,任意形式不同于牛顿万有引

力定律的修正理论都可以形式上写成上式的样子,但 G 不再是常数,而是变成函数.不同的 G 函数形式对应不同的修改牛顿引力理论.本文称此函数形式中的 G 为有效万有引力常数.

3.1 Milgrom 理论

最早的跟暗物质相关的修改牛顿引力理论(本文称为 Milgrom 理论)见文献[33].原本的 Milgrom 理论修改的是牛顿第二定律.它可以等价地表述为有效万有引力常数

$$G(r) = G_0 / (1 - \exp(-\sqrt{V_{\text{bar}}^2 / (a_0 r)})), \quad (3)$$

其中, G_0 是标准万有引力常数, V_{bar} 是标准万有引力定律确定的星系旋转速度(参见公式(2)), a_0 是 Milgrom 理论中的待定参数,原则上讲与星系无关.和文献[24]一样,假定不同星系具有不同的参数值 a_0 , 分别通过观测数据来确定.

3.2 度规-全反称张量场引力理论(metric-skew-tensor gravity, MSTG)

度规-全反称张量场引力理论是由 MOFFAT 等^[20]提出.度规-全反称张量场引力理论对应的有效万有引力常数为

$$G(r) = G_0 \left\{ 1 + \sqrt{\frac{M_0}{M}} [1 - \exp(-\frac{r}{r_0})(1 + \frac{r}{r_0})] \right\}, \quad (4)$$

其中, M 是星系的总质量, M_0 和 r_0 是理论模型的 2 个待定参数. M_0 和 r_0 满足关系

$$(G_0 M_0) / r_0^2 = c_1 H_0,$$

其中, c_1 是光速, H_0 是哈勃常数.也就是说 M_0 可以用 r_0 表出.通过对比观测数据针对不同星系分别确定参数 r_0 .

3.3 加速反比引力理论

关于引力常数、质量、加速度和速度之间的量纲,满足如下关系

$$[G][M][a] = [V]^4.$$

另外,在观测上发现螺旋星系和椭圆星系的总质量与平坦速度的 4 次方成正比 $M \propto V_f^{4[34-35]}$.上述 2 个事实暗示引力常数 G 和加速度成反比关系.再结合考虑 MOND 理论中截断加速度 a_0 .显得突兀从而无法解释不同尺度星系的动力学问题,有学者提出新的引力理论^[36](本文称为加速反比引力理论)

$$G = G_0 (1 + (a_* / a)), \quad (5)$$

其中, a_* 是加速度反比引力理论中的待定参数.文献[36]指出,加速反比引力理论刚好对应外尔引力理论的弱场极限.

在该引力理论下,星系的旋转速度表现为

$$V^2 = \frac{V_{\text{bar}}^2 + V_{\text{bar}} \sqrt{V_{\text{bar}}^2 + 4V_{\text{bar}}^2 a_* r}}{2},$$

其中, r 是天体到星系中心的距离.原则上讲,参数 a_* 的取值跟星系无关.通过对比观测数据针对不同星系分别确定参数 a_* .

3.4 重整修正引力理论(renormalization group correction to general relativity, RGGR)

把重整化群修正的引力理论应用到星系问题中,得到^[37]

$$G = \frac{G_0}{1 + 2\bar{v} \ln \frac{\phi}{\phi_0}}, \quad (6)$$

其中, ϕ 是牛顿引力势函数, ϕ_0 是某个参考牛顿引力势, \bar{v} 是重整修正引力理论中的待定参数.

在该引力理论下,星系的旋转速度表现为

$$V^2 = V_{\text{bar}}^2 (1 - (c_1 \bar{v}^2 / \phi)),$$

其中, c_1 是光速.通过对比观测数据针对不同星系分别确定参数 \bar{v} .

3.5 质点例子下的行为

为了对上述引力理论有图像化理解,把上述修正引力理论应用到质点的物理情形,考察其有效引力常数

的行为.此时,公式(3~6)分别表现为

$$G(r) = G_0 \frac{1}{1 - \exp(-\sqrt{\frac{G_0 M}{a_0}} \frac{1}{r})}, G(r) = G_0 \{1 + r_0 \sqrt{\frac{c_t H_0}{G_0 M}} [1 - \exp(-\frac{r}{r_0})(1 + \frac{r}{r_0})]\},$$

$$G(r) = G_0 (1 + \frac{a_* r^2}{G_0 M}), G(r) = \frac{G_0}{1 + 2\bar{v} \ln \frac{r_*}{r}},$$

其中, M 是质点质量, r 是到质点的距离, r_* 是某个参考距离. 上述 4 个函数见图 1. 这些行为总体来说都是小尺度表现为小耦合常数、大尺度表现为大耦合常数, 与场论中的渐近自由行为^[38]相似.

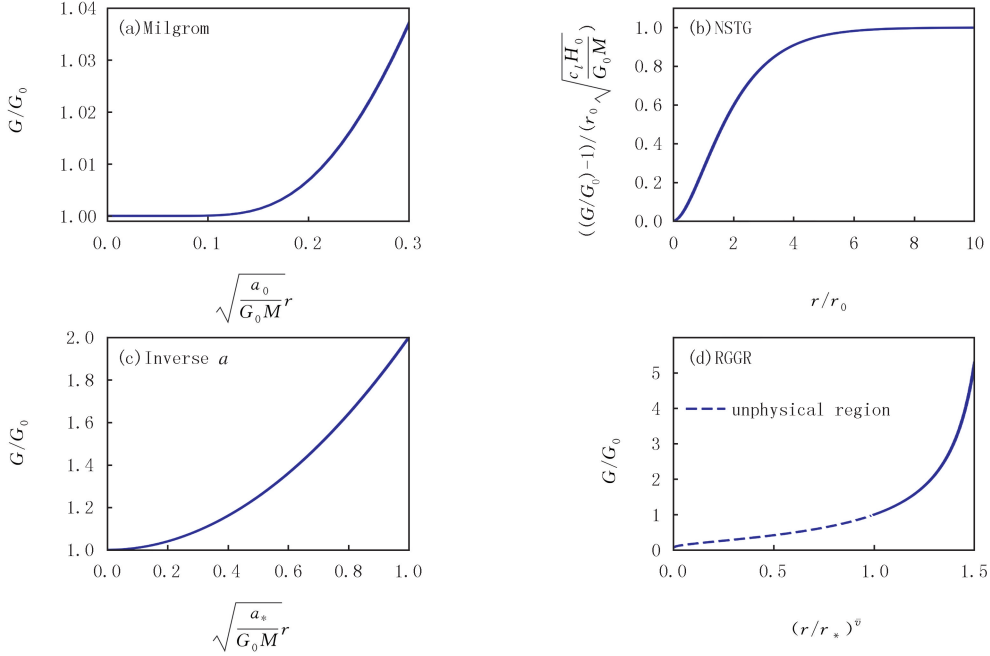


图1 质点情形下的有效万有引力常数行为

Fig.1 The behavior of the effective gravitational constant in the case of point particle

4 数据拟合方法

根据贝叶斯定理,利用马尔科夫链蒙特卡罗(MCMC)方法针对每个理论模型,基于观测数据从先验概率分布计算出模型参数的后验概率分布.把所有模型参数的先验概率分布都选为均匀分布(详见表 1).

表 1 模型的参数先验概率分布选取范围

Tab. 1 The ranges of prior probability distributions for parameters of models

模型	参数	范围	单位	模型	参数	范围	单位
—	γ_{disk}	[0,20]	M_{\odot}/L_{\odot}	度规-全反称张量场引力理论	r_0	[0,100]	kpc
NFW 暗物质模型	c	[0,100]	1	加速反比引力理论	a_*	[0,100]	10^{-8} cm/s ²
Milgrom 理论	a_0	[0,100]	10^{-8} cm/s ²	重整修正引力理论	\bar{v}	$[10^{-9}, 10^{-6}]$	1

假设星系旋转速度的观测误差符合高斯分布^[37],对于单个星系,似然函数可以表示为

$$L(D | \theta) = (2\pi)^{-N/2} \{ \prod_{i=1}^N \sigma(r_i)^{-1} \} \exp\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\frac{V_{\text{obs}}(r_i) - V_{\text{model}}(r_i)}{\sigma(r_i)})^2\},$$

其中, N 是星系观测到的数据点数量, V_{obs} 和 σ 分别是观测到的星系旋转速度和其对应的误差, V_{model} 是通过模型计算得到的星系旋转速度. 使用 Python 中的 EMCEE 软件包^[39]来进行 MCMC 拟合,得到最佳的拟合

参数值 γ_{disk} 和相应的理论模型参数值.

使用约化卡方检验来描述理论模型对星系旋转曲线的拟合效果

$$\chi_{\text{re}}^2 = \frac{1}{N - P} \sum_{i=1}^N \left(\frac{V_{\text{obs}}(r_i) - V_{\text{model}}(r_i)}{\sigma(r_i)} \right)^2,$$

其中, P 是拟合参数的个数, 本文所有模型都分别只有 2 个自由参数, 所以 $P = 2$. 如果 $\chi_{\text{re}}^2 > 6$, 就认为该模型就不能用来解释该星系的旋转速度^[37].

对于单个星系而言, 为了比较哪个模型更好, 使用贝叶斯推断判据 (Bayesian inference criteria, B) 来判断^[40]

$$B = -2 \ln \mathcal{L}_{\text{max}}(\mathcal{D} | \theta) + 2P \ln N.$$

B 越小表明理论模型拟合观测数据越好. 使用 B 的差来比较 2 个模型 $\Delta B = B_{\text{model1}} - B_{\text{model2}}$. 如果 $|\Delta B| < 2$ 则 2 个模型的拟合效果没有明显的差异; 反之, 认为 B 小的那个理论模型拟合观测数据更好.

5 结果分析

在图 2 中给出了暗物质模型和 4 个理论模型的卡方累积函数分布曲线 (cumulative distribution function, CDF). 拟合效果更好的模型对应的卡方累积函数分布曲线更高^[30]. 从图 2 中可以发现, 度规-全反称张量场引力理论模型比暗物质模型具有更好的拟合效果. 而 Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型则跟暗物质模型具有差不多的拟合效果. 重整修正引力理论模型的行为还跟所使用的星系数据有关. 如果使用 SPARC 数据库中所有的 175 个星系, 则其拟合效果比暗物质模型好. 但如果只使用 SPARC 数据库中数据质量好的 99 个星系 ($Q_{\text{flag}} = 1$), 则其跟暗物质模型具有差不多的拟合效果.

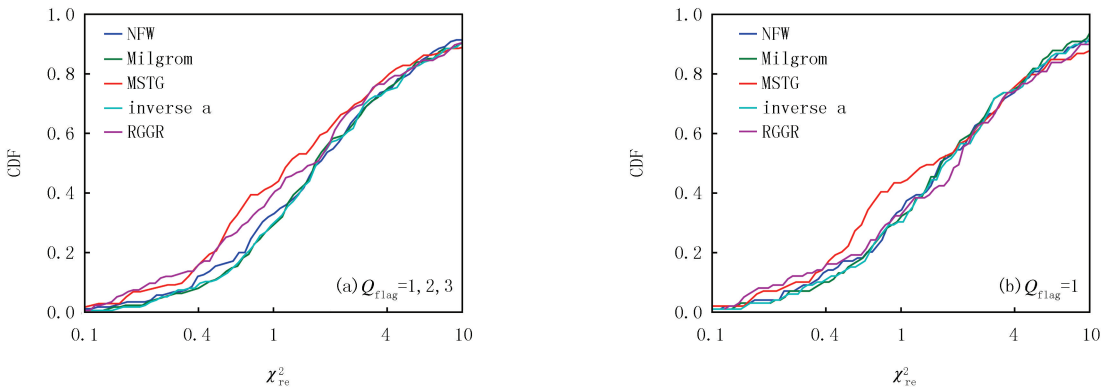


图2 χ_{re}^2 累积函数分布曲线
Fig.2 Distribution curves of the χ_{re}^2 cumulative function

如果修改引力理论模型的拟合效果要明显好于 NFW 模型, 那么这个模型对应的贝叶斯推断判据差累积函数分布曲线就会明显高, 否则相反. 从图 3 中可以发现, 度规-全反称张量场引力理论模型和重整修正引力理论模型好于暗物质模型的拟合效果. 而 Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型则比暗物质模型具有稍差的拟合效果. 对比图 2 的结果, 发现这 2 个判据的分辨结果是一致的.

对应图 2(b), 类似图 3, 只使用 SPARC 数据库中数据质量好的 99 个星系 (对应 $Q_{\text{flag}} = 1$) 在图 4 中重新做分析. 发现此时的贝叶斯推断判据差累积函数分布曲线表明暗物质模型跟重整修正引力理论模型具有差不多的数据拟合效果, 而另外 3 个理论模型都比暗物质模型具有稍好的拟合效果.

根据哈勃序列对星系进行分类, 可以把星系分成 13 类, 分别用 H 指标记作 $0 \sim 12$ ^[37]. 其中, $0 \sim 2$ 对应早期星系 (early-type galaxies), $3 \sim 6$ 对应旋涡星系 (spiral galaxies), $7 \sim 9$ 对应晚期星系 (late-type galaxies), $10 \sim 12$ 对应星暴星系 (starburst galaxies). 针对这 4 类星系分别进行卡方累积函数分布曲线分析 (图 5). 对于早期星系, 度规-全反称张量场引力理论模型和重整修正引力理论模型不如暗物质模型的拟合效果; 而 Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型则比暗物质模型具有稍好的拟合效果. 对于旋涡星系, 暗物质模型和 4 种修改引力理论的拟合效果是差不多的. 对于晚期星系, 度规-全反称张量场引力理论模型比暗物质模型具有稍好的拟合效果; 而 Milgrom 理论模型、加速反比引力理论模型和重整修正引力理论模型跟暗物

质模型的拟合效果差不多.对于星暴星系,度规-全反称张量场引力理论模型和重整修正引力理论模型比暗物质模型具有稍好的拟合效果;而 Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型比暗物质模型的拟合效果稍差.

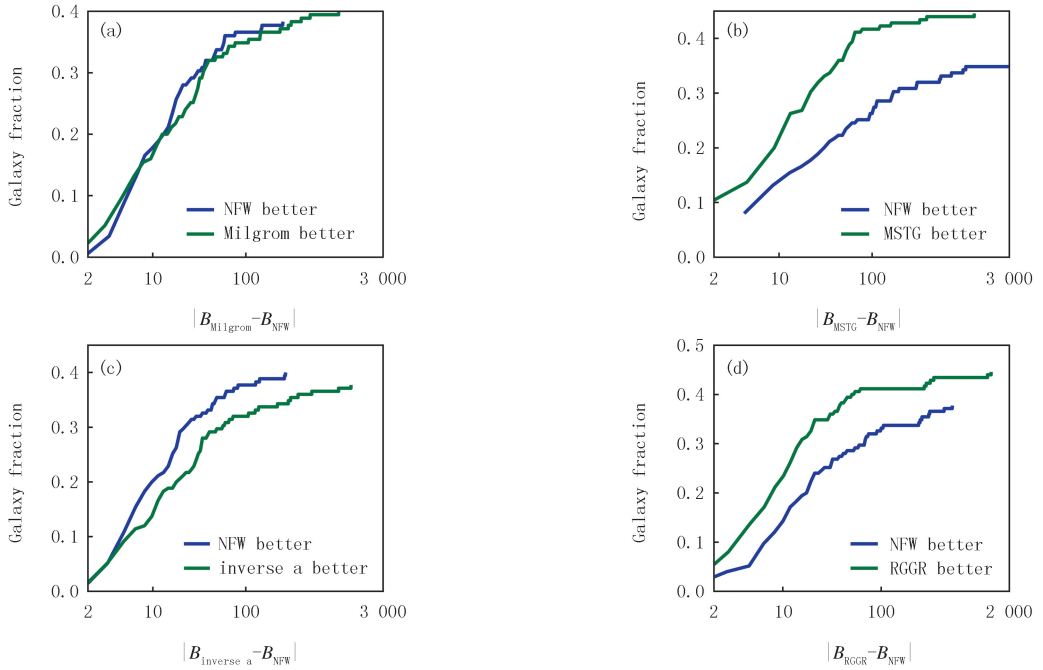


图3 175个星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.3 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for 175 galaxies

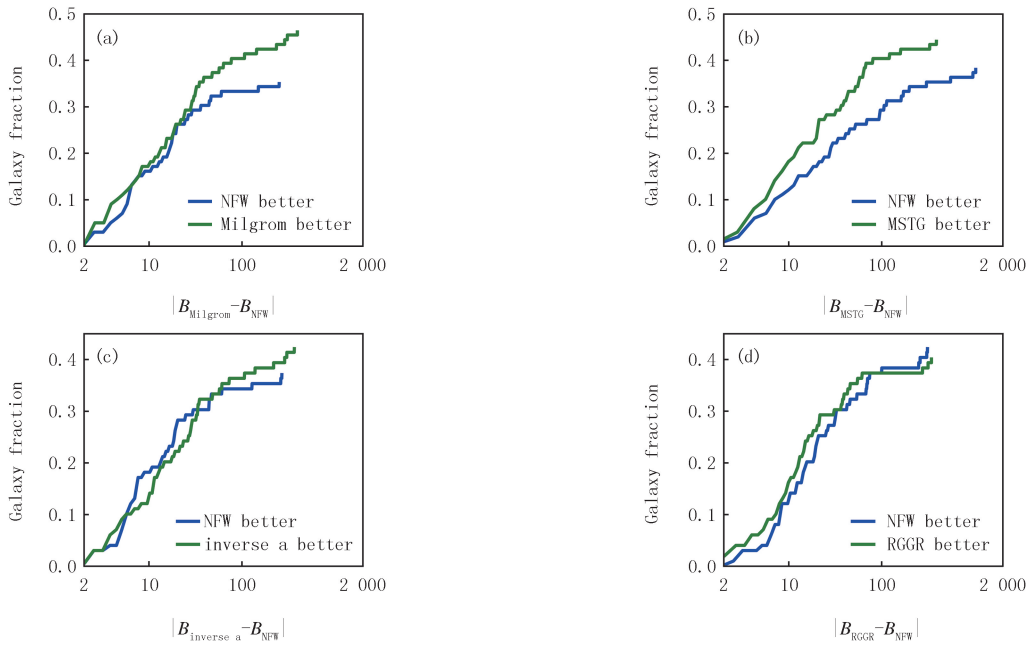


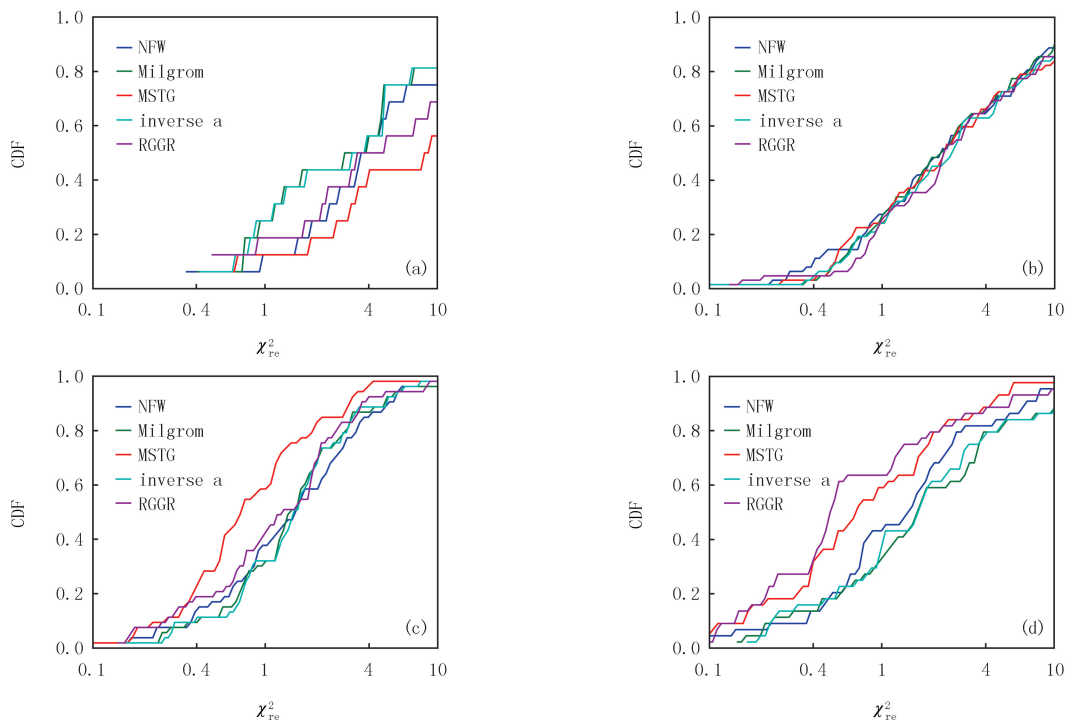
图4 $Q_{lag}=1$ 的99个星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.4 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for 99 galaxies with $Q_{lag}=1$

使用贝叶斯推断判据差累积函数分布曲线对 4 类星系分别进行分析(附录图 S1-S4).它们与图 3 类似.图 S1 表明,对于早期星系只有度规-全反称张量场引力理论模型比暗物质模型的拟合效果差.图 S2 表明,对于漩涡星系,度规-全反称张量场引力理论模型和重整修正引力理论模型比暗物质模型的拟合效果稍差.图 S3 表明,对于晚期星系,度规-全反称张量场引力理论模型稍好于暗物质模型的拟合效果;重整修正引力理论模型和暗物质模型的拟合效果差不多;Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型比暗物质模型具有稍

差的拟合效果.对于星暴星系(图 S4),Milgrom 理论模型和加速反比引力理论模型比暗物质模型具有稍差的拟合效果;但度规-全反称张量场引力理论模型和重整修正引力理论模型都比暗物质模型的拟合效果好.

总的来说,分析结果表明修改引力理论模型在数据解释能力方面依赖数据集的选取,不如暗物质模型的表现稳定.也许这表明对于不同星系,有效万有引力常数的行为特征会不一样.未来在构建修改引力理论的时候需要顾及这个事实.



(a) early-type galaxy; (b) spiral galaxy; (c) late-type galaxy; (d) starburst galaxy.

图5 不同类型星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.5 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for four types of galaxies

6 总 结

星系旋转曲线偏离万有引力预言的观测结果是引发探讨暗物质的最早观测证据.但直到目前,暗物质是否符合广义相对论仍然是个悬而未决的问题.

本文利用 SPARC 数据库中的 175 个星系观测结果对修改引力理论和暗物质模型进行了对比研究.发现修改引力理论模型在数据解释能力方面依赖数据集的选取,有的情况修改引力理论比暗物质模型能更好拟合数据,有的情况却反过来.所以保守地说,目前的观测数据无法明确区分修改引力理论和暗物质模型.

本文考查了 4 种修改引力理论,分别对应 4 种不同的有效万有引力常数行为.对于不同的星系类型,有的修改引力理论表现好,别的星系模型又是别的修改引力理论表现好.也就是说,如果用有效万有引力常数^[41-42]的语言描述,不同星系具有不同的有效万有引力常数行为.目前对此的理解是不同星系可能具有不同特征的物质分布,而简单的球对称近似可能导致了不同的有效万有引力常数行为来弥补.但发现暗物质模型拟合数据的结果却比较稳定,这也许暗示球对称还是不错的近似方法.

本文的分析结果显示,不同的修改引力理论可以通过有效万有引力常数的函数形式来进行区分;同时星系旋转曲线的观测结果表明不同种类星系支持不同种类的有效万有引力函数形式.但目前还不太确定的是,这个不同种类星系支持不同有效万有引力函数形式的结果是不是来自观测数据的误差或者观测的某种系统偏差.如果能够用别的观测结果,比如引力波观测,来独立检验这个结果将是有趣的.分析结果也为理论研究带来启示,可以根据已有的有效万有引力观测约束结果指导构建修改引力的可能形式.

附录见电子版(DOI:10.16366/j.cnki.1000-2367.2025.09.04.0001).

参 考 文 献

- [1] ZATRIMAYLOV K.Dark Matter,Rotation Curves,and the Morphology of Galaxies[EB/OL].(2021-08-30)[2025-08-31].<https://arxiv.org/abs/2108.13350>.
- [2] BERTONE G,HOOPER D.History of dark matter[J].Reviews of Modern Physics,2018,90(4):045002.
- [3] APRILE E,ABE K,AGOSTINI F,et al.First dark matter search with nuclear recoils from the XENONnT experiment[J].Physical Review Letters,2023,131(4):041003.
- [4] COLLABORATION C.Dark sector searches with the CMS experiment[EB/OL].[2025-09-01].<https://arxiv.org/abs/2405.13778>.
- [5] ARCADI G,CABO-ALMEIDA D,DUTRA M,et al.The waning of the WIMP:endgame?[J].The European Physical Journal C,2025,85(2):152.
- [6] GOODMAN C,GUZZETTI M,HANRETTY C,et al.ADMX Axion dark matter bounds around $3.3 \mu\text{eV}$ with dine-Fischler-srednicki-zhitnitsky discovery ability[J].Physical Review Letters,2025,134(11):111002.
- [7] BARINOV V V,BURENIN R A,GORBUNOV D S,et al.Towards testing sterile neutrino dark matter with the Spectrum-Roentgen-Gamma mission[J].Physical Review D,2021,103(6):063512.
- [8] ZAKHAROV E I,BARINOV V V,BURENIN R A,et al.All-sky limits on sterile neutrino galactic dark matter obtained with SRG/ART-XC after two years of operations[J].Physical Review D,2024,109(2):L021301.
- [9] CARR B,KÜHNEL F.Primordial black holes as dark matter:recent developments[J].Annual Review of Nuclear and Particle Science,2020,70:355-394.
- [10] YUAN C,CHEN Z C,HUANG Q G.Probing primordial-black-hole dark matter with scalar induced gravitational waves[J].Physical Review D,2019,100(8):081301.
- [11] WANG S,WANG Y F,HUANG Q G,et al.Constraints on the primordial black hole abundance from the first advanced LIGO observation run using the stochastic gravitational-wave background[J].Physical Review Letters,2018,120(19):191102.
- [12] SANDERS R H,MCGAUGH S S.Modified Newtonian dynamics as an alternative to dark matter[J].Annual Review of Astronomy and Astrophysics,2002,40:263-317.
- [13] RANDRIAMAMPANDRY T H,CARIGNAN C.Galaxy mass models:MOND versus dark matter haloes[J].Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,2014,439(2):2132-2145.
- [14] SMOLIN L.MOND as a regime of quantum gravity[J].Physical Review D,2017,96(8):083523.
- [15] MILGROM M.MOND vs.dark matter in light of historical parallels[J].Studies in History and Philosophy of Science Part B:Studies in History and Philosophy of Modern Physics,2020,71:170-195.
- [16] DUERR P M,WOLF W J.Methodological reflections on the MOND/dark matter debate[J].Studies in History and Philosophy of Science,2023,101:1-23.
- [17] LI X,CHANG Z.Gravitational deflection of light in rindler-type potential as a possible resolution to the observations of bullet cluster 1E0657-558[J].Communications in Theoretical Physics,2012,57(4):611-618.
- [18] MEIEROVICH B E.Galaxy rotation curves driven by massive vector fields:Key to the theory of the dark sector[J].Physical Review D,2013,87(10):103510.
- [19] KHOURY J.Alternative to particle dark matter[J].Physical Review D,2015,91(2):024022.
- [20] MOFFAT J W.Gravitational theory,galaxy rotation curves and cosmology without dark matter[J].Journal of Cosmology and Astroparticle Physics,2005,2005(5):3.
- [21] LI X,TANG L,LIN H N.Comparing dark matter models,modified Newtonian dynamics and modified gravity in accounting for galaxy rotation curves[J].Chinese Physics C,2017,41(5):055101.
- [22] HAGHI H,AMIRI V,ZONOOZI A H,et al.The star formation history and dynamics of the ultra-diffuse galaxy dragonfly 44 in MOND and MOG[J].The Astrophysical Journal Letters,2019,884(1):L25.
- [23] LI Q,MODESTO L.Galactic rotation curves in conformal scalar-tensor gravity[J].Gravitation and Cosmology,2020,26(2):99-117.
- [24] KHELASHVILI M,RUDAKOVSKIY A,HOSSENFELDER S.SPARC galaxies prefer Dark Matter over MOND[EB/OL].[2024-03-09].<https://arxiv.org/abs/2401.10202>.
- [25] LELLI F,MCGAUGH S S,SCHOMBERT J M.Sparc:mass models for 175 disk galaxies with spitzer photometry and accurate rotation curves[J].The Astronomical Journal,2016,152(6):157.
- [26] CASERTANO S.Rotation curve of the edge-on spiral galaxy NGC 5907:disc and halo masses[J].Monthly Notices of the Royal Astronomical Society,1983,203(3):735-747.

- [27] KENT S M. Dark matter in spiral galaxies. I-Galaxies with optical rotation curves[J]. *The Astronomical Journal*, 1986, 91:1301.
- [28] SCHOMBERT J, MCGAUGH S. Stellar populations and the star formation histories of LSB galaxies: III. stellar population models[EB/OL]. [2025-03-09]. <https://arxiv.org/abs/1407.6778>.
- [29] NAVARRO J F, FRENK C S, WHITE S D M. The structure of cold dark matter halos[J]. *The Astrophysical Journal*, 1996, 462:563.
- [30] LI P F, LELLI F, MCGAUGH S, et al. A comprehensive catalog of dark matter halo models for SPARC galaxies[J]. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, 2020, 247(1):31.
- [31] HAGHI H, KHODADADI A, GHARI A, et al. Rotation curves of galaxies and the stellar mass-to-light ratio[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2018, 477(3):4187-4199.
- [32] MACCIÒ A V, DUTTON A A, VAN DEN BOSCH F C. Concentration, spin and shape of dark matter haloes as a function of the cosmological model: WMAP1, WMAP3 and WMAP5 results[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 2008, 391(4):1940-1954.
- [33] MILGROM M. A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis[J]. *The Astrophysical Journal*, 1983, 270:365.
- [34] MCGAUGH S S. The baryonic tully-fisher relation of gas-rich galaxies as a test of Λ CDM and MOND[J]. *The Astronomical Journal*, 2012, 143(2):40.
- [35] DEN HEIJER M, OOSTERLOO T A, SERRA P, et al. The HI Tully-Fisher relation of early-type galaxies[J]. *Astronomy & Astrophysics*, 2015, 581:A98.
- [36] CHRISTODOULOU D M, KAZANAS D. Interposing a varying gravitational constant between modified Newtonian dynamics and weak weyl gravity[J]. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society Letters*, 2018, 479(1):L143-L147.
- [37] BHATIA E, CHAKRABARTI S, CHAKRABORTY S. Phenomenology of renormalization group improved gravity from the kinematics of SPARC galaxies[J]. *Physical Review D*, 2024, 110(12):124014.
- [38] HAMBER H W, WILLIAMS R M. Renormalization group running of Newton's constant G : The static isotropic case[J]. *Physical Review D*, 2007, 75(8):084014.
- [39] FOREMAN-MACKEY D, HOGG D W, LANG D, et al. Emcee: the MCMC hammer[J]. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 2013, 125(925):306-312.
- [40] SCHWARZ G. Estimating the dimension of a model[J]. *The Annals of Statistics*, 1978, 6(2):461-464.
- [41] AN J C, XUE Y D, CAO Z J, et al. The effect of the gravitational constant variation on the propagation of gravitational waves[J]. *Physics Letters B*, 2023, 844:138108.
- [42] SUN B, AN J C, CAO Z J. Constrain the time variation of the gravitational constant via the propagation of gravitational waves[J]. *Physics Letters B*, 2024, 848:138350.

Comparative study of modified gravity theory and dark matter model based on galaxy rotation curve observation data

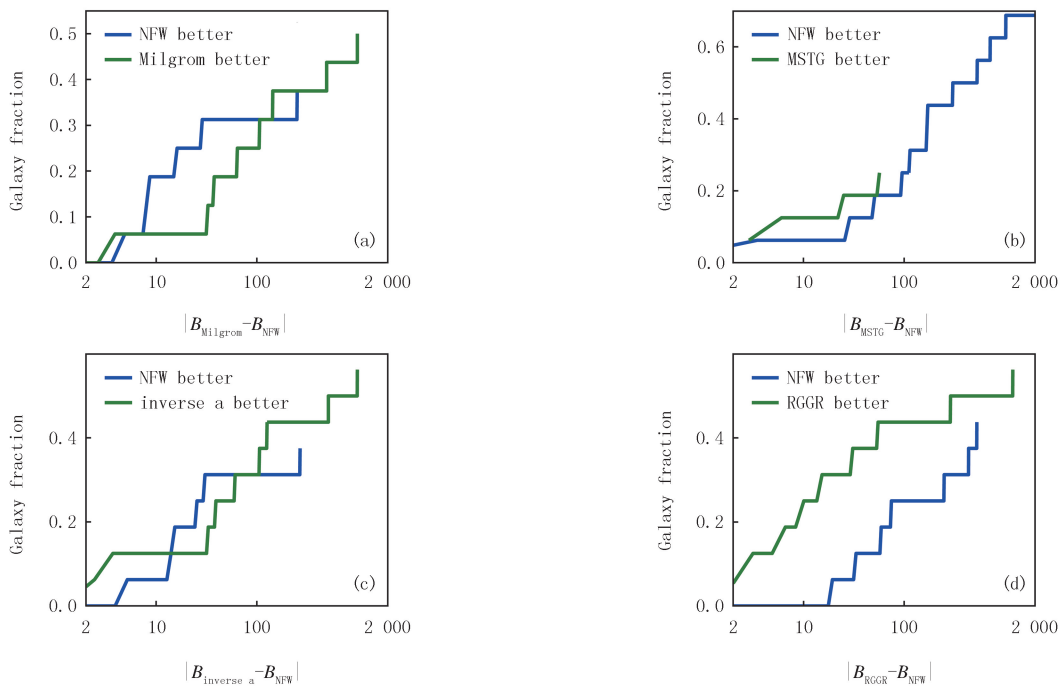
Yin Bangsheng, Cao Zhoujian

(School of Physics and Astronomy, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract: A series of experiments including perihelion precession, starlight deflection, gravitational redshift, Shapiro time delay, reference frame dragging, gravitational wave and other more and more observations are consistent with the theory of general relativity. However, at the same time, whether dark matter is a mysterious substance or a gravity theory different from general relativity remains an unresolved issue. The rotation curve of galaxies is the earliest observational evidence that triggered the study of dark matter. This article compares the modified gravity theory and dark matter model using Spitzer photometry and precise rotation curve measurement data. Our key idea is mapping the modified gravity theories to an effective gravitational constant, and comparing the modified gravity theory with the dark matter model based on the behavioral characteristics of the effective gravitational constant and the ability to interpret the observed data on galaxy rotation curves. But conservatively speaking, we cannot clearly distinguish modifying gravity theory from dark matter models.

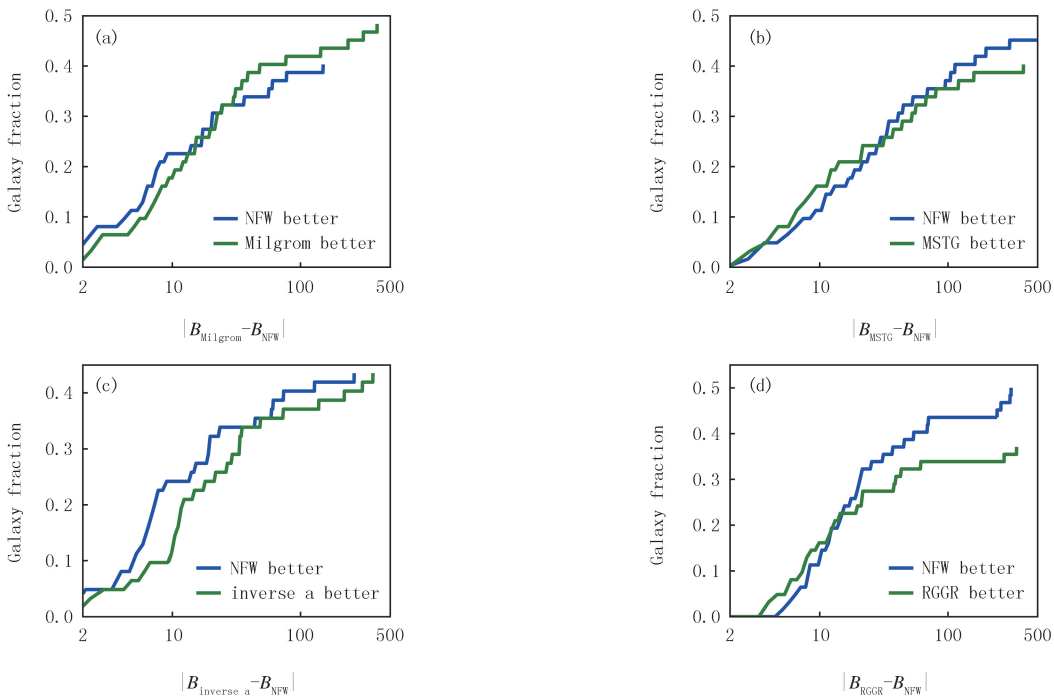
Keywords: rotation curve of galaxy; dark matter; modified gravity theory

附录



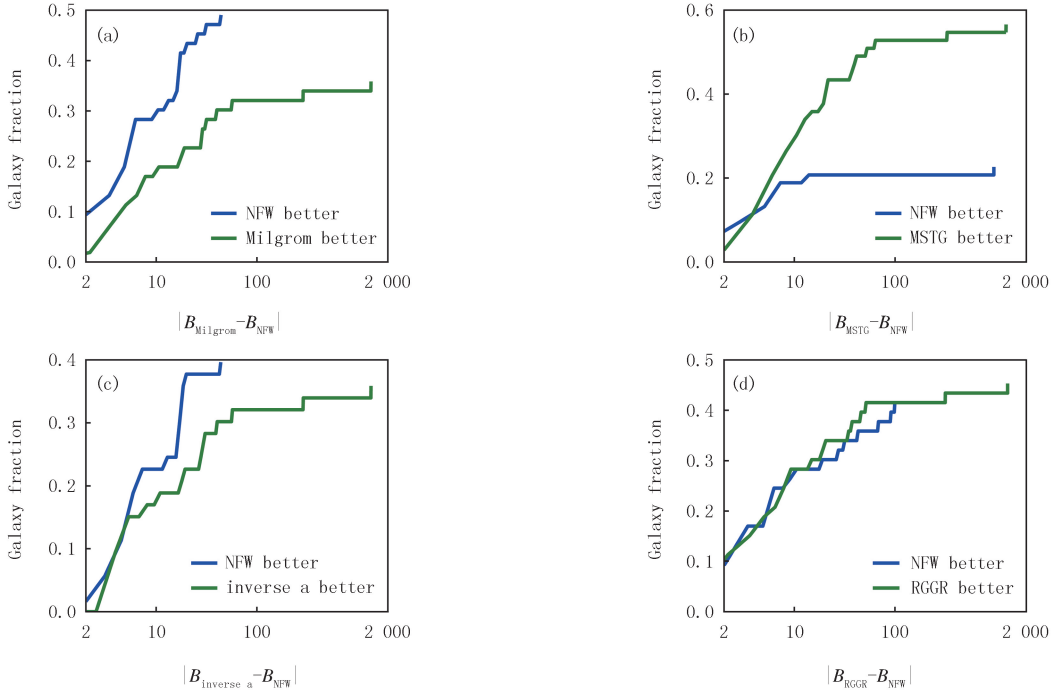
图S1 早期星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.S1 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for early-type galaxies



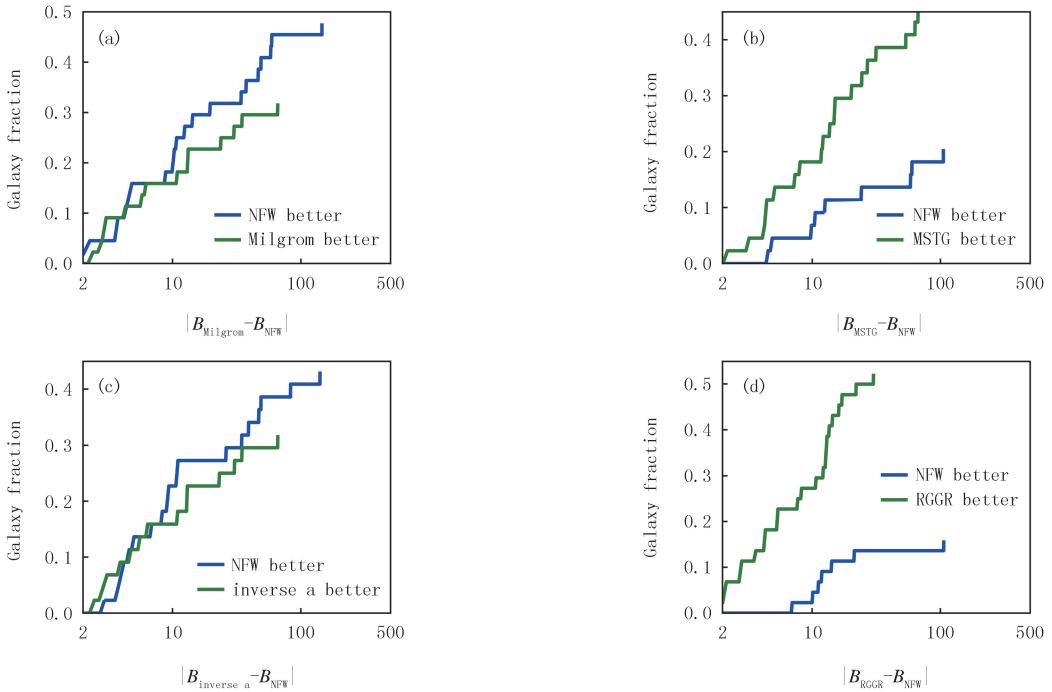
图S2 漩涡星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.S2 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for spiral galaxies



图S3 晚期星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.S3 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for late-type galaxies



图S4 星暴星系的 $|\Delta B|$ 累积函数分布曲线

Fig.S4 Distribution curves of $|\Delta B|$ cumulative function for starburst galaxies